Univerzita Karlova

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Chápání vztahu části a celku u žáků na druhém stupni základní školy

Understanding the part to whole relationship within primary school pupils of the sixth to ninth grade

Tereza Sojková

Vedoucí práce: prof. RNDr. Jarmila Novotná, CSc.

Studijní program: Specializace v pedagogice

Studijní obor: Matematika jednoobor

2017

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma „Chápání vztahu části a celku u žáků na druhém stupni základní školy“ vypracovala pod vedením vedoucího práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále prohlašuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

V Praze 21. dubna 2017

……………………………..

Bc. Tereza Sojková

Ráda bych touto cestou vyjádřila poděkování prof. RNDr. Jarmile Novotné, CSc., za její trpělivost a ochotu při vedení mé diplomové práce. Děkuji také žákům a učitelům, kteří mi pomohli ke zpracování výzkumné části této práce.

ABSTRAKT

Ve své diplomové práci se zabývám problematikou porozumění žáků na druhém stupni základních škol tématu Celek a jeho část.

Teoretická část je rozdělena do pěti kapitol. První kapitola je zaměřena na souhrn znalostí a dovedností žáka, které mají zvládnout na konci určitého období ve sledovaných tematických okruzích matematiky na základní škole. V druhé kapitole jsou vymezeny jednotlivé etapy a mechanismy poznávacího procesu žáka v matematice. Třetí kapitola je zaměřena na metody výuky matematiky, jsou zde popisovány např. rozdíl mezi formálním a neformálním poznatkem a transmisivní a konstruktivistický způsob vyučování. Ve čtvrté a páté kapitole specifikuji různá vyjádření vztahu celku a jeho části.

Praktická část obsahuje rozbory rozhovorů konkrétních učitelů, kteří ve své výuce používají odlišné metody výuky, testové šetření aplikované s žáky učitelů, s nimiž byl rozhovor veden, a analýzu učebnic, které vybraní učitelé používají při výuce matematiky.

Součástí práce je vyhodnocení rozhovorů s vybranými učiteli, které vypovídají o vztahu učitelů k jednotlivým didaktickým postupům, a testového šetření, které obsahovalo standardní a nestandardní úlohy zaměřené na celek a jeho část.

Výsledky testů potvrzují, že konstruktivistický způsob výuky pozitivně ovlivňuje poznávací proces žáka v tématu Celek a jeho část.

KLÍČOVÁ SLOVA

Celek a jeho část, standardní a nestandardní úlohy v matematice, transmisivní a konstruktivistický styl vyučování, formalismus, Hejného metoda, poznávací proces žáka

ABSTRACT

This master thesis deals with middle school pupils and their comprehension of Part-whole theory within the area of Mathematics.

The theory section is divided into five parts. The first part presents sets of knowledge and skills of lower-secondary school pupils that are essential for completing a particular time period in selected thematic areas of mathematics at primary schools. In the second part, individual stages and mechanisms of cognitive processes needed in Mathematics are determined, and the third part focuses on teaching methods of Mathematics. Among the issues mentioned in this part are for example the difference between formal and informal knowledge or transmissive and constructivist way of teaching. Lastly, the fourth and fifth parts specify various expressions of wholes and their parts.

The research part of this paper provides an analysis of interviews with certain teachers that are employing different teaching methods, testing applied on their pupils and also an analysis of the textbooks that are being used by these teachers.

The other part of the thesis is the evaluation of the interviews with the selected teachers, what gives us the information about the relationship of the teachers to particular didactic approaches, and the evaluation of the tests taken by pupils including standard and nonstandard exercises focused on Part-whole theory.

The results confirm that the constructivist way of teaching has a positive impact on cognitive process of pupils in the topic of Part-whole theory.

KEY WORDS

Whole and its part, standard and nonstandard exercises in Mathematics, transmissive and constructivist way of teaching, formalism, Hejny method, cognitive process of a pupil

Obsah

1 Úvod ... 6

2 Teoretická část ... 8

2.1 Rámcový vzdělávací program ... 8

2.1.1 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání ... 8

2.2 Poznávací proces žáka v matematice ... 11

2.2.1 Mechanismy a etapy poznávacího procesu v matematice ... 11

2.2.2 Formalismus ... 14

2.3 Didaktické přístupy k vyučování ... 14

2.3.1 Transmisivní styl vyučování ... 14

2.3.2 Konstruktivistický styl vyučování ... 15

2.4 Představa o čísle ... 17

2.4.1 Různá vyjádření pojmu „číslo“ ... 18

2.5 Celek a jeho část ... 19

2.5.1 Různá vyjádření vztahu celek a jeho část ... 20

3 Praktická část ... 25

3.1 Cíle praktické části a metodika výzkumu ... 25

3.2 Analýza učebnic ... 26

3.2.1 Matematika pro 6. – 7. ročník ZŠ (nakladatelství Fortuna) ... 28

3.2.2 Matematika 6 – 8 Aritmetika (nakladatelství Fraus) ... 33

3.2.3 Matematika – Desetinná čísla; Zlomky, poměr; Procenta, trojčlenka (nakladatelství Nová škola) ... 39

3.2.4 Matematika – Hejného metoda A – C (nakladatelství H-mat) ... 44

3.2.5 Didaktická vybavenost učebnic ... 49

3.2.6 Shrnutí didaktické vybavenosti učebnic ... 57

3.3 Charakteristika základních škol a respondentů ... 58

3.4 Rozhovor ... 59

Tabulka č. 8:Konkrétní otázky k Celku a jeho části, učitel U3. ... 65

3.5 Testové šetření ... 66

3.6 Shrnutí praktické části ... 82

4 Závěr ... 84

Seznam použitých informačních zdrojů ... 85

Seznam příloh.. 90

1 Úvod

Matematika je obor, který je potřebný v celé naší společnosti. Setkáváme se s ní už od dětství, např. když počítáme svůj věk na prstech, počet vagónů u projíždějícího vlaku nebo počet lístků na čtyřlístku, matematika nás provází celým životem. Je všude kolem nás. Přestože je součástí našeho praktického života, většina lidí ji považuje od školních let za „strašáka“. Ovšem jsou i nadšenci, pro které je matematika zálibou, hrou, vášní nebo výzvou.

Jak zvýšit zájem o tento obor? Jak motivovat, jak ukázat, že matematika je krásný svět čísel, plný intuice, systémů, které do sebe zapadají, souvislostí a dedukce?

Nejlépe je začít s motivací k matematice již u dětí školního (předškolního) věku. Výuka matematiky by měla být co nejvíce propojená s reálným světem, s běžnými situacemi, se kterými se děti setkávají. Je důležité, aby výuka matematika měla pro člověka smysl. Dítě musí mít možnost vlastního prožitku, vnímat všemi smysly, objevovat, zkoušet, spolupracovat, nacházet řešení, chybovat a pracovat s chybou jako s prostředkem nalezení řešení problému.

Čtvrtým rokem učím matematiku na 2. stupni na základní škole. Při své praxi jsem vypozorovala, že žáci mají v matematice značné problémy s pochopením celku a jeho části. Téma Celek a jeho část se týká práce s desetinnými čísly, zlomky, poměry a procenty. Každý člověk se ve svém životě setká s desetinnými čísly, zlomky, poměrem či procenty, ať už to je v běžném životě, v práci nebo ve volném čase.

Jako každý začínající učitel jsem při své výuce používala různé metody, které byly, více či méně, úspěšné.

Z tohoto důvodu jsem se rozhodla zaměřit svoji diplomovou práci na průzkum úspěšnosti různých metod výuky užívaných v matematice, konkrétně při výuce tématu Celek a jeho část, a na analýzu používaných učebnic při výuce dle příslušné metody.

Teoretickou část diplomové práce jsem rozdělila do čtyř částí. První část je zaměřena na souhrn znalostí, vědomostí a dovedností žáka, které musí zvládnout na konci určitého období ve sledovaných tematických okruzích matematiky na základní škole. Ve druhé části popisuji poznávací procesy žáka v matematice (mechanismy a etapy), ve třetí části se zabývám způsoby výuky matematiky a ve čtvrté části specifikuji různá vyjádření vztahu celku a jeho části.

V praktické části zkoumám úspěšnost metod prostřednictvím rozhovorů s vybranými učiteli, kteří ve své výuce používají odlišné metody výuky, žáků 8. a 9. ročníků v testovém šetření, které vyučují učitelé, s nimiž byl rozhovor veden. V analýze učebnic se zaměřuji na didaktickou vybavenost jednotlivých učebnic a na způsob, kterým tyto učebnice pojímají téma Celek a jeho část.

Cílem diplomové práce je zjistit obtíže žáků při získávání a následném aplikování poznatků z tématu Celek a jeho část, analyzovat, jakým způsobem jsou tito žáci ve vybraných školách vyučováni, a zhodnotit vliv používané metody výuky na úspěšnosti žáků při řešení standardních a nestandardních úloh z tématu Celek a jeho část.

2 Teoretická část

2.1 Rámcový vzdělávací program

Vzdělávání a výchova jedince jsou ve většině společností jednou z nejdůležitějších priorit. Systém, jak vzdělávat jednotlivce, se v průběhu vývoje společnosti neustále mění a přetváří. V České republice v současné době tvorba vzdělávacího programu na jednotlivých školách různé úrovně (školní vzdělávací program) vychází ze státních dokumentů Národní program rozvoje vzdělávání v České republice (Bílá kniha[1]) a rámcových vzdělávacích programů.

2.1.1 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

RVP ZV je dokument závazný pro všechny základní školy a odpovídající ročníky víceletých středních škol, jenž navazuje na RVP PV a na výchovu v rodině. RVP ZV je východiskem pro koncepci rámcových vzdělávacích programů pro střední školy. Vzdělávací obsah RVP ZV je rozdělen do devíti vzdělávacích oblastí, které jsou dále tvořeny jedním nebo více obsahově blízkými vzdělávacími obory:

- **Jazyk a jazyková komunikace,**
- **Matematika a její aplikace,**
- **Informační a komunikační technologie,**
- **Člověk a jeho svět,**
- **Člověk a společnost,**
- **Člověk a příroda,**
- **Umění a kultura,**
- **Člověk a zdraví,**
- **Člověk a svět práce.**

(RVP ZV, 2016)

---

[1]KOTÁSEK, J., *Národní program rozvoje vzdělávání v České republice: Bílá kniha*. Praha: Ústav pro informace ve vzdělání, 2001. ISBN 80-211-0372-8

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace

„Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je v základním vzdělávání založena především na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích. Poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné v praktickém životě, a umožňuje tak získávat matematickou gramotnost. Pro tuto svoji nezastupitelnou roli prolíná celým základním vzděláváním a vytváří předpoklady pro další úspěšné studium.“ (RVP ZV, 2016, s. 30)

Vzdělávání zaměřené na matematiku klade důraz na porozumění základním myšlenkovým postupům, pojmům matematiky a jejich vzájemným vztahům. Žáci by si měli postupně osvojit některé matematické pojmy, algoritmy, terminologii, symboliku a způsob jejich užití. (RVP ZV, 2016)

Vzdělávací obsah vzdělávacího oboru *Matematika a její aplikace* je rozdělen na 1. a 2. stupni do čtyř tematických okruhů:

1. stupeň:

- Číslo a početní operace,
- Závislosti, vztahy a práce s daty,
- Geometrie v rovině a v prostoru,
- Nestandardní aplikační úlohy a problémy.

2. stupeň:

- Číslo a proměnná,
- Závislosti, vztahy a práce s daty,
- Geometrie v rovině a v prostoru,
- Nestandardní aplikační úlohy a problémy.

(RVP ZV, 2016)

Ve své práci se zaměřuji na tematický okruh *Čísla a početní operace* uvedený na 1. stupni, na který dále navazuje na 2. stupni tematický okruh *Číslo a proměnná*. V těchto okruzích si žáci osvojí „…aritmetické operace v jejich třech složkách: dovednost provádět operaci, algoritmické porozumění (proč je operace prováděna předloženým postupem) a významové porozumění (umět operaci propojit s reálnou situací). Učí se získávat číselné údaje měřením, odhadováním, výpočtem a zaokrouhlováním. Seznamují se s pojmem proměnná a s její rolí při matematizaci reálných situací.“ (RVP ZV, 2016, s. 30)

Očekávané výstupy a učivo v tematických okruzích Číslo a početní operace a Číslo a proměnná (výběr pro účely diplomové práce)

Vzdělávací obsah jednotlivých vzdělávacích oborů je tvořen očekávanými výstupy a učivem, které má žák zvládnout za určité období. *Očekávané* výstupy charakterizují, jakými dovednostmi a vědomostmi by žák měl na konci 1. a 2. stupně disponovat a které by mu měly pomoci pokračovat v další etapě vzdělávání. *Učivo* je prostředkem k dosažení těchto *očekávaných výstupů*. (RVP ZV, 2016)

ČÍSLO A POČETNÍ OPERACE (1. stupeň)

Očekávané výstupy – 2. období

žák

- *modeluje a určí část celku, používá zápis ve formě zlomku,*
- *porovná, sčítá a odčítá zlomky se stejným jmenovatelem v oboru kladných čísel,*
- *přečte zápis desetinného čísla a vyznačí na číselné ose desetinné číslo dané hodnoty.*

Učivo

- *přirozená čísla, celá čísla, desetinná čísla, zlomky,*
- *vlastnosti početních operací s čísly,*
- *písemné algoritmy početních operací.*

ČÍSLO A PROMĚNNÁ (2. stupeň)

Očekávané výstupy

Žák

- *provádí početní operace v oboru celých a racionálních čísel; užívá ve výpočtech druhou mocninu a odmocninu,*
- *zaokrouhluje a provádí odhady s danou přesností, účelně využívá kalkulátor,*
- *užívá různé způsoby kvantitativního vyjádření vztahu celek–část (přirozeným číslem, poměrem, zlomkem, desetinným číslem, procentem),*

- *řeší modelováním a výpočtem situace vyjádřené poměrem; pracuje s měřítky map a plánů,*
- *řeší aplikační úlohy na procenta (i pro případ, že procentová část je větší než celek),*
- *analyzuje a řeší jednoduché problémy, modeluje konkrétní situace, v nichž využívá matematický aparát v oboru celých a racionálních čísel.*

Učivo

- *desetinná čísla, zlomky – rozvinutý zápis čísla v desítkové soustavě; převrácené číslo, smíšené číslo, složený zlomek,*
- *poměr – měřítko, úměra, trojčlenka,*
- *procenta – procento, promile; základ, procentová část, počet procent; jednoduché úrokování.*

(RVP ZV, 2016, s. 31 - 35)

2.2 Poznávací proces žáka v matematice

Hejný a Jirotková (1999, s. 3) charakterizují poznávací proces takto: „Poznávací proces – jak se matematické poznání v hlavě člověka rodí a narůstá. Na tento proces nahlížíme jako na sled vývojových etap a nazveme ho *mechanismus poznávacího procesu*, stručně *poznávací mechanismus*." (Hejný, Jirotková, 1999, s. 3)

2.2.1 Mechanismy a etapy poznávacího procesu v matematice

Existují teorie popisující mechanismy matematického poznávacího procesu člověka. Podle Hejného a Stehlíkové (1999) se matematické poznání člověka skládá ze dvou oblastí, těmito oblastmi jsou obsah a schopnosti[2]. Obsah matematického poznání člení do čtyř tříd:

1. **„Objekty**

   Na objekty se ptáme otázkou „Co to je?" (kružnice, trojúhelník, přímky, kolmice, celé číslo, zlomek, součet, …).

[2]Termín „schopnost" je v publikaci používán z přeloženého anglického slova „ability", který bývá v české literatuře zastupován slovy: schopnost, způsobilost, zručnost, zdatnost.

2. **Vztahy**

Vztahy se dělí na tvrzení (2 + 3 = 5, Pythagorova věta, kritérium dělitelnosti číslem 3) a vzorce ($S = \frac{z \cdot v}{2}$ - vzorec pro obsah trojúhelníku). Na vztahy se ptáme otázkou „Proč to platí?“.

3. **Postupy**

Postup, ve kterém je každý krok jasně určen (např. písemné násobení), nazýváme algoritmus. Na postupy se ptáme otázkami „Jak to pracuje?“, „Které problémy se tím dají řešit?“, ale též „Proč je to tak?“.

4. **Schémata**

Schémata jsou ucelené představy, které se ve vědomí člověka vytvářejí na základě mnohonásobně opakované zkušenosti a jsou nositelem mnoha konkrétních poznatků, které člověk přímo neví, ale které z nich může vyvodit. Na schémata se ptáme bodově cílenou otázkou. Spíše žádáme vypravování o schématu.“ (Hejný, Stehlíková, 1999, s. 26)

Jedna z teorií popisujících poznávací proces dítěte, vycházející z principů konstruktivismu, je tzv. „Teorie generických modelů“. Představitelem této teorie je Milan Hejný, který se nechal inspirovat vlastními výukovými experimenty na základní škole a dlouholetou pedagogickou zkušeností svého otce Víta Hejného. Milan Hejný došel k přesvědčení, že ke skutečnému a kvalitnímu poznání se musí žák dopracovat sám. Učitel je pouze průvodcem žákova poznání – zadává žákům v promyšlené posloupnosti vhodné úlohy, které jsou klíčové pro žákovo budoucí poznání. Poznávací proces dítěte rozložil do pěti po sobě jdoucích etap:

1. **„Motivace**

Motivací rozumíme tenzi, která ve vědomí člověka vzniká v důsledku rozporu mezi existujícím stavem a stavem, který si přeji. Poznávací proces je pak motivován rozporem mezi „neznám“ a „chtěl bych znát“. Tento rozpor je dítětem často pouze pociťován a není vědomý. Dítě je zvídavé, má zájem o vše, co jej osloví. Tříleté dítě za den položí tři sta otázek typu „Proč má pes ocas?“. Žádá dospělého, aby mu o psovi a jeho ocase popovídal. Tato zvědavost rychle klesá s nástupem dítěte do školy.

2. **Etapa separovaných modelů**

Jde o postupné nabývání zkušeností s konkrétními případy budoucího poznání. Jednotlivé dílčí zkušenosti – zárodky budoucího poznání – se skladují v dlouhodobé paměti člověka. Dítě cítí, že tyto případy patří k sobě, ale zatím nevidí, jak modely vzájemně souvisejí. Proto modely nazýváme separované. (Například tříleté dítě zná slova „pět“, „osm“, „šest“. Ví, že tato slova patří k sobě. Ví, že jsou spojena množstvím a/nebo pořadím. Jejich významu zatím nerozumí).

3. **Etapa univerzálních modelů**

Etapa univerzálních modelů začíná poznáním, že některé separované modely jsou v něčem stejné. (Jevy „čtyři třešně“ a „čtyři autíčka“ mají něco společného). Pokračuje poznáním, že tyto modely se mohou vzájemně zastupovat. (Zjištěním „čtyři třešně bez jedné jsou tři třešně“ lze přenést na situaci „čtyři autíčka bez autíčka jsou tři autíčka“). Končí volbou univerzálního modelu. Je to model vhodný pro zastupování jiných modelů. V oblasti malých přirozených čísel je takovým univerzálním modelem počitadlo nebo prsty.

4. **Abstraktní zdvih**

Abstrakční zdvih je náhlé uzření nové, abstraktně vyšší skutečnosti - je to okamžik zrodu abstraktního poznatku. (Dítě najednou pochopí, co je to „čtyři“). Jde o hlubší vhled do daného poznání. Někdy k abstrakčnímu zdvihu dochází již u objevu univerzálního modelu, někdy až u objevu abstraktního poznatku, někdy tam i tam. Abstrakční zdvih je, jako každý objev, provázen pocitem radosti až nadšením objevitele.

5. **Etapa krystalizace** (domestikace)

Nové poznání se „zabydluje“ v existující kognitivní struktuře. Propojuje se na předchozí vědomosti. Nejdříve na úrovni modelů, potom na úrovni abstraktního poznání. Přináší nové a často mění již existující vztahy mezi poznatky. (Když žák porozumí myšlence záporného čísla, stane se pro něj smysluplný i zápis 3 – 5). Je to obyčejně dlouhodobý proces, který probíhá individuálně u každého žáka svým způsobem.

Mnohé poznatky žáků, zejména na prvním stupni základní školy, prochází ještě etapou **automatizace**. Jde v ní o nácvik rychlé mobilizace spojů již vytvořených. Nejde zde tedy o poznávání, proto tuto etapu do popisu nezařazujeme.“(Hejný, Stehlíková, 1999, s. 27 – 28)

2.2.2 Formalismus

Podle Hejného (1988) kvalitní poznávací proces žáka probíhá dle schématu po sobě jdoucích etap:

motivace → izolované modely → univerzální modely → abstraktní znalosti → krystalizace

Možným důsledkem přeskakování jednotlivých etap schématu je tzv. formalismus. Při formálním poznávání žák nesměřuje k poznání cestou přes modely, ale snaží se převzít hotové poznatky a uchovat je v dlouhodobé paměti. (Hejný, Stehlíková, 1999) „Takové poznání umožní žákovi reprodukovat definice, poučky a vzorce a imitovat řešitelské postupy ve standardních situacích.“ (Hejný, Stehlíková, 1999, s. 28) Nejedná se o skutečné poznání, protože žák není schopný dál poznatky používat, rozvíjet či propojovat s jinými poznatky. (Hejný, Kuřina, 2015) „Takové poznání vlastně není skutečným poznáním, je pouze jeho protézou. Takové poznání nazveme formální.“ (Hejný, Stehlíková, 1999, s. 28)

2.3 Didaktické přístupy k vyučování

2.3.1 Transmisivní styl vyučování

Hlavní příčinou formálního poznávání žáků je transmisivní způsob vyučování. Jedná se o nejstarší způsob vyučování, někdy označovaný za klasické či tradiční. Transmisivní vyučování je zaměřené na výkon žáka, při němž dochází k přenosu hotových poznatků z učitelovy mysli, jakožto nositele vědomostí, do mysli žáka. Žák je pasivní, pouze tyto informace přijímá a je od něho vyžadováno, aby se předkládaná fakta naučil a uměl je rychle a bezchybně aplikovat na standardních úlohách. (Hejný, Stehlíková, 1999) „Učitel v roli trenéra vede svěřence k podání maximálního výkonu u životně důležité zkoušky. Cvičí žáka v řešení typových úloh, které je možné na zkouškách očekávat, ukazuje mu triky, kterými může řešení zlehčit či urychlit. Častým opakováním vštěpuje do žákovy paměti přesné formulace definic, vět, někdy i důkazů.“ (Hejný, Stehlíková, 1999, s. 31)

Hodiny při tomto způsobu vyučování probíhají obdobným způsobem. Na začátku hodiny opakování toho, co už se žáci naučili v minulých hodinách. Následně učitel přechází na probírání nového tématu a hodinu končí procvičováním, shrnutím celé hodiny, popřípadě zadáním úkolu na příští hodinu. Všechny poznatky z hodiny si žáci musejí zapamatovat, vzorce, definice, věty, a v příští hodině je umět odříkat a následně aplikovat. Žáci při této výuce mají mnohdy obavy z toho, že některou z pouček zapomenou, nevybaví si vzorec pro daný výpočet apod. (Hejný, Stehlíková, 1999; Velebová, 2015)

Žákovy poznatky z matematiky jsou krátkodobé, protože se je učí zpaměti. V tuto chvíli dokáže aplikovat vzorce, postupy, které se nyní naučil, pokud bychom se ale s podobnou úlohou vrátili později, žák by si často nevěděl rady, protože by si na naučený vzorec nemohl vzpomenout.

2.3.2 Konstruktivistický styl vyučování

Protipólem transmisivního vyučování je vyučování konstruktivní, které je založeno na konstrukci vlastních poznatků žáka, jejich porozumění a následném aplikování. Co je podstatou konstruktivního vyučování, popisují Hejný a Stehlíková (1999) takto: „Učitel, který je vedený snahou maximálně přispět k formování žákovy osobnosti, zejména k jeho kognitivnímu a metakognitivnímu růstu, nepředkládá žákovi hotové kusy poznání, ale ukazuje mu cesty, kterými se on sám k takovému poznání může dopracovat. Odkrývá žákovi svůj intimní vztah k matematice a předkládá mu problémy, při jejichž řešení může žák zažít krásné chvíle poznávání pravdy. Je ochotný vyslechnout si žákovo vyprávění o jeho cestě za hledáním řešení, umí mu být dobrým partnerem v diskusi, ale hlavně umí spolu s ním prožívat žákovu radost, která provází každý nový objev. Žákovi, který neumí s problémem pohnout, který při opakovaně neúspěšných pokusech propadá beznaději, umí nabídnout doplňující otázky i rady, umí mu dodat víru a sebedůvěru. Vede žáky k tomu, aby si každý z nich zkonstruoval svůj vlastní, autentický obraz matematického světa, vybudovaný na vlastních zkušenostech.“ (Hejný, Stehlíková, 1999, s. 33)

Samozřejmě není možné, aby si žáci na vše přišli sami, některé informace, které jsou všeobecně platné, jim musí předat učitel. Například že procento označujeme symbolem % apod. (Hejný, Stehlíková, 1999)

Nejznámějšími představiteli konstruktivismu u nás jsou Hejný a Kuřina (2015), kteří formulovali „Desatero konstruktivismu“ takto:

1. **„Aktivita**

   Matematiku chápeme především jako specifickou lidskou aktivitu, tedy nikoli jen jako její výsledek, který se obvykle formuluje do souboru definic, vět a důkazů.

2. **Řešení úloh**

Podstatnou složkou matematické aktivity je hledání souvislostí, řešení úloh a problémů, tvorba pojmů, zobecňování tvrzení a jejich dokazování. Popsaný proces může probíhat v matematice samé nebo v libovolné jiné oblasti lidského poznání. Tvorba matematických modelů reality je pak jeho součástí.

3. **Konstrukce poznatků**

Poznatky, a to nejen poznatky matematické, jsou nepřenosné. Přenosné (z knih, časopisů, přednášek a různých médií) jsou pouze informace. Poznatky vznikají v mysli v mysli poznávajícího člověka. Jsou to individuální konstrukty.

4. **Zkušenosti**

Vytváření poznatků (např. v oblasti pojmů, postupů, představ, domněnek, tvrzení, zdůvodnění) se opírá o informace, je však podmíněno zkušenostmi poznávajícího. Zkušenosti si přináší žák zčásti z kontaktu s realitou svého života, měl by však mít dostatek příležitostí nabývat zkušeností i ve škole (experimentování, řešení úloh…).

5. **Podnětné prostředí**

Základem matematického vzdělávání konstruktivistického typu je vytváření prostředí podněcujícího tvořivost. Nutným předpokladem toho je tvořivý učitel a dostatek vhodných podnětů (otázky, úlohy, problémy…) na straně jedné a sociální klima třídy příznivé tvořivosti na straně druhé.

6. **Interakce**

Ačkoli je konstrukce poznatků proces individuální, přispívá k jeho rozvoji sociální interakce ve třídě (diskuze, srovnávání výsledků, konstrukce příkladů a protipříkladů, pokusy o formulace domněnek a tvrzení, argumentace, hledání důkazů…).

7. **Reprezentace a strukturování**

Pro konstruktivistický přístup k vyučování je charakteristické pěstování nejrůznějších druhů reprezentace a strukturální budování matematického světa. Dílčí zkušenosti a poznatky jsou různě orientovány, tříděny, hierarchizovány, vznikají obecnější a abstraktnější pojmy.

8. **Komunikace**

Pro konstruktivistické vyučování v matematice má značný význam komunikace ve třídě a pěstování různých jazyků matematiky. Jedním z nich je neverbální vyjadřování, jiným matematická symbolika. Dovednost vyjadřovat vlastní myšlenky a rozumět jazyku druhých je třeba systematicky pěstovat.

9. **Vzdělávací proces**

Vzdělávací proces v matematice je nutno hodnotit minimálně ze tří hledisek. První je porozumění **matematice**, druhé je **zvládnutí matematického řemesla**, třetí jsou **aplikace matematiky**. Pro porozumění matematice má zásadní význam vytváření představ, pojmů a postupů, uvědomování si souvislostí. Rozvíjení matematického řemesla vyžaduje trénink a případně i paměťové zvládnutí určitých pravidel, algoritmů a definic. Aplikace matematiky nemusí být jen vyvrcholením vzdělávacího procesu; mohou hrát i roli motivační. Matematiku se učíme jejím provozováním.

10. **Formální poznání**

Vyučování, které má charakter předávání informací (vyučování transmisivní), nebo vyučování, které dává pouze návody, jak postupovat (vyučování instruktivní), vede především k ukládání informací do paměti. To umožňuje v lepším případě jejich reprodukci (např. u zkoušky), obvykle však dochází k jejich rychlému zapomínání a zřídkakdy k jejich netriviálnímu využití. Takové poznání je pseudopoznáním, je poznáním formálním.“ (Hejný, Kuřina, 2015, s. 194 – 195)

Tedy při tomto stylu vyučování je naším cílem, aby docházelo k aktivnímu vytváření části matematiky v mysli dítěte. Porozumění matematice není o tom, jak se nejlépe naučit vzorce, definice, poučky nebo postupy řešení, ale pochopení jejich smyslu.

(Hejný, Kuřina, 2015)

2.4 Představa o čísle

Jistá představa čísla se začíná objevovat kolem druhého roku života, možná i dříve, jako výsledek životních zkušeností dítěte. Hejný (1999) formuluje představu čísla jako „ … propojení čísla na zkušenosti a znalosti individua“. (Hejný, 1999, s. 1) Toto vymezení považuje za nedostatečné, neboť tato formulace nerozlišuje představu čísla v mysli konkrétního člověka v jistém okamžiku (aktuálně) nebo konkrétního člověka v delším období jeho života (globálně), anebo představu čísla jako obecný pojem, bez vazby na konkrétního člověka. (Hejný, 1999)

Pro přesnější chápání pojmu „představa“ se Hejný odkazuje na Popperovu myšlenku tří světů:

„**Svět 1** – Svět „věcí“ (televizorů, aut, osob, zvířat, knih, sešitů i písmen a znaků v nich napsaných). Je to svět fyzikální hmoty, svět fyzického prostředí, svět přírody, ale i svět techniky, svět atomů, molekul, kosmu i svět silových polí, je to svět neuronů a jejich vztahů. Je to tedy svět vytvářený přírodou a technikou a popisovaný a zkoumaný fyzikou, chemií a biologií.

Svět 2 – Svět vědomých i nevědomých zkušeností a představ člověka, světem lidského vědomí, světem myšlenkových pochodů a prožitků člověka, světem jeho nadějí, obav, otázek i pochybností. Je to tedy svět duševních stavů a procesů. Svět 2 je tvořen žitím člověka a je popisovaný a zkoumaný psychologií.

Svět 3 – Svět výtvorů lidského ducha, jeho jádrem je lidská řeč, věda a kultura. Je to svět pojmů, problémů a teorií, ideologií, svět příběhů i mýtů, svět důkazů, argumentů i omylů, svět uměleckých děl. Je to svět objektivních myšlenkových obsahů, svět vnějších informací. Patří do něj obsahy knihoven, archivů, filmoték, počítačových pamětí.“ (Hejný, Kuřina, 2015, s. 84)

Při didaktickém zkoumání je potřeba rozlišovat, ve kterém Popperově světě právě pracujeme, abychom se vyhnuli nejasnostem a nedorozuměním. (Hejný, 1999)

2.4.1 Různá vyjádření pojmu „číslo“

Čísla v reálném světě se mohou vyskytovat v různých podobách. Mohou vyjadřovat *počet* (pět jablek, tři hrušky, jedna slepice, dva králíci apod.), *pořadí* (první, třetí, pátý apod.), *míru* (5 cm, 5 °C, 21 kg apod.) a *označení* pomocí *adresy* nebo jistého *kódu*. Číslo můžeme vnímat také jako tzv. *operátor*, který zaznamenává *změnu* (ubíráním, přidáním apod.) nebo *porovnávání* (je vyšší o 2 cm, zmenšit 3x atd.). (Hejný, Kuřina, 2015)

Užití čísel a jejich výskyt v reálném světě Hejný a Kuřina shrnují do tabulky:

Tabulka č. 1: Role čísel v reálném světě

ROLE ČÍSEL V REALITĚ			**OTÁZKA**	**PŘÍKLADY**
1	STAV	POČET	KOLIK?	20 kuliček, 3 hrnky, 1 000 000 obyvatel
2		POŘADÍ	KOLIKÁTÝ?	3. místo, 5. měsíc
3		MÍRA	KOLIK?	10 cm, 250 Kč, 23 °C, 8 m² …
4	OPERÁTOR	ZMĚNY	O KOLIK? KOLIKRÁT?	odebrat 3 kusy, zmenšit 2x
5		POROVNÁVÁNÍ		vyšší o 6 cm, 3x méně
6	OZNAČENÍ	ADRESA	KDE? KDY?	pozice šachové figurky, rok 2008
7		KÓD	CO?	68 (označení hráče), dálnice D1

(Hejný, Kuřina, 2015, s. 98)

Hejný (1999) dochází k přesvědčení, že je potřeba žákům prezentovat všechny případy vyjádření čísla v reálném světě uvedené v tabulce č. 1, aby nedošlo k vytvoření neplnohodnotné představy daného jevu.

2.5 Celek a jeho část

Vztah celku a jeho části je v matematice důležitým tématem, protože se s ním setká každý člověk, ať už v běžném životě nebo při pracovních či volnočasových aktivitách. Patří k oblastem didaktiky matematiky, která je studována v zahraničí i u nás, ale přesto je to oblast, která činí ve vyučování matematiky značné problémy. Ukázalo se, že nejenom žáci mají problémy s pochopením daného tématu, ale totéž platí i pro jejich učitele, kteří toto téma vysvětlují. (Tichá, Blažková, 2006)

Již v předškolním věku, přibližně po pátém roce života, se začíná u dítěte rozvíjet chápání vztahu celku a jeho části. Věc už nevnímá jenom jako celek, ale všímá si i jeho částí, a to při běžných aktivitách, jako je například krájení dortu, chleba, koláče, rozdělování bonbónů, stříhání provázku na stejné části apod. V běžném životě se dítě často setkává se slovními spojeními jako například „Jede nám to za půl hodiny!“, „Je tři čtvrtě na dvě.“, „V zápase jsme vyhráli nad soupeřem dva ku jedné.“, „Mám teplotu třicet osm celých šest.“, „V obchodě jsou padesátiprocentní slevy.“. Pod těmito slovy označujícími části celku má dítě zabudovanou jistou představu o tom, co část celku je, a s touto představou dokáže pracovat. (Siblíková, 2014)

Na základní škole poté dochází k zavedení a prohloubení znalostí o pojmu celek a jeho část. Žáci se seznamují s různými vyjádřeními vztahu celku a jeho části a učí se s nimi dále pracovat.

2.5.1 Různá vyjádření vztahu celek a jeho část

Různá vyjádření celku a jeho části jsou důležitou součástí poznávacího procesu. V některých situacích na vyjádření celku a jeho části potřebujeme zlomek a nelze jej nahradit desetinným číslem. V jiných situacích naopak použijeme desetinné číslo či procenta, podle toho jaká interpretace se v dané situaci hodí. Příkladem může být zákazník, který si v obchodě objedná půlku chleba, nikoli nula celá pět desetin chleba; výška uvedená desetinným číslem – měřím jedna celá sedmdesát pět setin metrů, nikoli měřím sedm čtvrtin metrů apod.

V dokumentech RVP ZV je uveden celek a jeho část na 1. stupni v tematickém okruhu *ČÍSLO A POČETNÍ OPERACE*. Žák se seznamuje s desetinnými čísly a zlomky (pracuje se zlomky se stejným jmenovatelem a pouze v oboru kladných čísel, pracuje i s desetinnými čísly – a to s jejich zápisem a vyznačením na číselné ose).

Na 2. stupni je celek a jeho část uveden v tematickém okruhu *ČÍSLO A PROMĚNNÁ*, zde žák užívá pět kvantitativních způsobů vyjádření vztahu celku a jeho části (přirozeným číslem, poměrem, zlomkem, desetinným číslem, procentem).

Hejný (1999) uvádí též pět způsobů kvantitativního vyjádření vztahu celek a jeho část, s kterými se setkáváme na základní škole. Dělení je stejné jako v RVP ZV, Hejný uvádí ke každému způsobu jeden ilustrační příklad:

1. „Přirozená čísla	Ve třídě je 27 žáků, z toho 14 dívek.
2. Poměr	Koncentrát řeďte v poměru 2 : 7 – na 2 l koncentrátu dát 7 l vody.
3. Zlomek	již více než 4/5 kontaminované půdy bylo rekultivováno.
4. Desetinné číslo	Základní jmění banky bylo navýšeno o 0,583 miliard Kč.
5. Procenta	Počet kuřáků mužů v roce 1998 poklesl o 3 %.“ (Hejný, 1999, s. 4)

Přirozená čísla

Hejný zmiňuje, že s přirozenými čísly „ … se žák setkává již v prvním ročníku ZŠ, a to ve všech třech základních kvantitativních situacích: porovnávání, sčítání i odčítání. Při realizaci těchto operací se navíc u žáka budují dva základní prvky schématu celek - část: poznání, že část je menší než celek, a poznání komplementu. Komplement je úzce vázán na operaci odčítání.“ (Hejný, 1999, s. 2 – 3)

Poměr

Poměr v RVP ZV je probírán až na 2. stupni v tematickém okruhu *ČÍSLO A PROMĚNNÁ* jako jedno z možných vyjádření vztahu celku a části.

S poměrem se žáci v běžném životě setkávají například při sportu (vítězství nad soupeřem je 3:1), v domácnosti při vaření (poměr mouky a vody je 2:1), poměřování různých měn, práce s měřítkem map a plánů, v architektuře apod.

Zlomek

Zlomek je jednou z možností vyjádření vztahu celku a jeho části. Na 1. stupni se žák se zlomky setkává ve 2. období (přibližně konec 5. ročníku). Na 2. stupni dochází k rozšíření učiva, žák již provádí početní operace v oboru racionálních čísel.

Jsou různé možnosti interpretace zlomku, jak uvádějí ve své práci Tichá a Macháčková (2006): „ …zlomek vyjadřuje vztah část-celek, je ho možné chápat jako veličinu (kvantitativní údaj), jako operátor (pokyn k provedení početních operací; Hruša a Vyšín, 1964; Divíšek, 1989), míru, je jím možné zapsat podíl, poměr, … Současně se ale uvádí, že možnost interpretovat zlomek několika různými způsoby je zdrojem neporozumění a mate žáky“ (Tichá, Macháčková, 2006, s. 4)

Při používání zlomku v podobě veličin, s nimiž se žáci setkávají, pracujeme s velikostí (kvantitativní hodnota) daných objektů (lahev s vodou, kus látky, pole, čas aj.). V tomto případě žáci musejí mít jisté znalosti fyzikálních jednotek (délky – km, m; hmotnosti – kg, g; objemu – l, ml; času – h, min). (Siblíková, 2014)

Příklady zlomků jako veličin:

- *Dnes ráno jsem vypila půl litru pomerančové šťávy.*
- *Za tři čtvrtě hodiny se sejdeme doma.*

Dále se žáci setkávají se zlomkem jako operátorem. Operátor je jakýsi „matematický stroj“, který vede, pomocí prováděných operací, ke konečnému výsledku. Pomocí tohoto matematického stroje můžeme řešit dva typy úloh:

- *Určení části z celku. (Př. Ve třídě je 25 žáků a $\frac{1}{5}$ z nich chodí na němčinu. Kolik žáků ze třídy chodí na němčinu?)*
- *Určení celku z dané části. (Př. 5 žáků ze třídy chodí na němčinu. Je to $\frac{1}{5}$ z celkového počtu žáků. Kolik žáků je ve třídě?)*

Žáci se při řešení podobných úloh dopouštějí chyb, protože si v jednotlivých úlohách neuvědomují, co představuje celek a co jeho část. (Siblíková, 2014)

Budování představ o zlomku na 1. stupni je jistě důležité. Žáci se slovním vyjádřením zlomku setkávají již v předškolním věku. Je pro ně přirozené pracovat se slovy „polovina“, „čtvrtina“, protože těmito slovy jsou neustále obklopováni. Není překvapením, že je sami používají a tvoří si o nich jistou představu, s kterou můžeme na 1. stupni nadále pracovat. Na základní škole se pak žáci seznamují se zápisy zlomků, všímají si zlomků, které se jinak zapisují, ale určují stejně velkou část z celku – *ekvivalentnost zlomků*, pracují s kmenovými zlomky a postupně se učí porovnávat, sčítat a odčítat zlomky se stejným jmenovatelem. (Siblíková, 2014)

Na druhém stupni se poznatky o zlomcích dále rozšiřují. Žáci sčítají, odčítají a porovnávají zlomky s různými jmenovateli, učí se dalším operacím jako násobení a dělení a jejich představa o zlomcích se prohlubuje. Často se ukazuje, že žáci mají pouze povrchní znalosti o zlomcích. Zlomek vnímají jako dvojici čísel, což vede k tomu, že posléze chybně používají například operaci sčítání, kdy žák sčítá zvlášť čitatele a zvlášť jmenovatele (např. $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{5}{7}$), což vede k chybnému výpočtu. Na tomto příkladu se ukazuje, že žákův výpočet je formální (pamětní), postrádá představu o objektu, s nímž zachází. Abychom předcházeli formálnímu poznání žáků, je potřeba začít s utvářením představy zlomku již na 1. stupni. Zprvu stavět na znalostech, které žáci získali vlastní zkušeností; pracovat s konkrétními modely, u kterých si žáci všímají společných rysů a vlastností; vytvářet představu univerzálního modelu; řešit úlohy, které vedou k hlubšímu vhledu do problematiky, a postupně přecházet k symbolickému zápisu, který má za úkol usnadnit či urychlit jejich práci.(Tichá, Macháčková, 2006; Siblíková, 2014)

Desetinné číslo

Desetinné číslo je jedna z dalších možností interpretace celku a jeho části. V některých situacích je přirozené použít zlomek, v jiných naopak vyjádření vztahu celku a části pomocí desetinného čísla (například „Koupila jsem čtvrt kila vepřového masa." nikoliv „Koupila jsem nula celá dvacet pět kilogramů vepřového masa."). S desetinnými čísly se žáci setkávají v každodenním životě podobně jako se zlomky. Podle Hejného (1999) přicházejí žáci do styku s desetinnými čísly ve třech různých sémantických kontextech (peníze, stupnice a průměr). Nejběžnější použití desetinných čísel v běžném životě žáků je při zacházení s penězi. Modelu peněz můžeme využít při aktivitách, při kterých můžeme modelovat například obchod, kdy si žáci mohou vyzkoušet roli nakupujícího či prodávajícího. S modelem stupnice se žáci setkávají při měření délek (v metrech – má výška je 1,57 m), objemu (v litrech – 0,5 l), při vážení na kilogramy a při odčítání teploty na teploměru. „… některé kuchyňské odměrky mají cejchování jak ve zlomcích, tak v desetinných číslech – skvělý model provázání zlomků a desetinných čísel." (Hejný, 1999, s. 8) Model průměr žáci rádi používají při výpočtu z průměrování známek z daných předmětů. (Hejný, 1999)

Problém při porozumění desetinným číslům nastává podobně jako u zlomků, kdy žáci desetinná čísla vnímají jako dvojici čísel. „Je-li žákova představa desetinného čísla ukotvena v modelu, ve kterém číslo před desetinnou čárkou je vázáno k jiné jednotce než číslo za desetinnou čárkou (např. koruna – halíř, kilogram – gram, centimetr – milimetr), pak nutno zesouladění těchto jednotek v celku desetinného čísla věnovat mimořádnou péči. Chybná představa, která se objeví v tomto ukotvení, se odstraňuje později velice těžko." (Hejný, 1999, s. 10)

Procento

Procenta se v RVP ZV v učivu a očekávaných výstupech objevují pouze na 2. stupni.

Vyjádření části celku pomocí procent se v praxi často používá, v novinách, v televizi, v obchodech, díky čemuž žáci do školy přicházejí s jistou představou o tom, co to procenta jsou. S touto představou můžeme nadále pracovat na základní škole. Ukazuje se ale, že žáci i někteří dospělí mají z procent hrůzu, protože jim vlastně nerozumí. Neumí s nimi manipulovat, vysvětlit, k čemu se procenta používají. Přitom by někteří lidé mohli namítat, že se nejedná o nijak zvlášť obtížné téma, jedná se pouze o jiný zápis desetinného čísla – 1 % = 1/100. (Hejný, 1988)

Hejný (1999) uvádí, že jednou z možných příčin neporozumění procentům je v tradičním způsobu vyučování, a to pomocí vzorců ($p = \frac{č}{z} \cdot 100$; $č = \frac{z}{100} \cdot p$; $z = \frac{č}{p} \cdot 100$) a jejich následném nácviku, bez hlubšího porozumění. Hejný (1999) dochází k přesvědčení, že při výuce procent „Je potřebné v žácích vzbudit zájem o tento nástroj na kvantitativní porovnávání různě početných množin. Lze toho docílit pomocí úloh, které žádají srovnávání dvojic (celek-část).“ (Hejný, 1999, s. 12)

3 Praktická část

3.1 Cíle praktické části a metodika výzkumu

Hlavním cílem výzkumné části je získat vhled do problému, který mají žáci s porozuměním vztahu celek a jeho část.

Při své praxi na základní škole na 2. stupni jsem zpozorovala, že při vyučování tématu zlomek, desetinná čísla, procenta a poměr, kdy se s daným tématem žáci hlouběji zabývali poprvé, byly jejich znalosti na celkem standardní úrovni. Ukázalo se ovšem, že pokud se s daným tématem setkali znovu s určitou časovou prodlevou ve vyšších ročnících, žáci nejenže zapomněli nějaké pravidlo pro počítání s celkem a jeho částí nebo neviděli souvislosti mezi jednotlivými interpretacemi celku a jeho části, ale velmi často se ani nesnažili dané pravidlo si znovu odvodit a následně ověřit na jednoduchém modelu. Vedlo mě to k myšlence, že jejich poznatky jsou na formální úrovni. Jak je možné, že znalosti některých žáků jsou krátkodobé a po čase je žáci zapomenou? Učí se operace, postupy, poučky, pravidla zpaměti?

Další cíle výzkumné části jsou:

- zjistit, jakým způsobem jsou ve vybraných školách žáci vyučováni v tématu Celek a jeho část,
- zjistit jejich obtíže při získávání a následném aplikování poznatků o tématu Celek a jeho část,
- navrhnout možné postupy, pomocí nichž by žáci nejlépe pochopili téma Celek a jeho část (dle zjištěných výsledků z rozhovorů, testů a analýzy učebnic).

Pro svůj výzkum jsem použila metodu analýzy, rozhovoru a testu. Pro dosažení stanovených cílů jsem s učiteli matematiky z vybraných škol vedla rozhovor zaměřený na metody, didaktické přístupy, které používají ve výuce matematiky. Dále jsem sestavila test zaměřený na celek a jeho část, který jsem zadala žákům 8. a 9. ročníků, které vyučují učitelé, s nimiž byl rozhovor veden. Test (viz příloha č. 2) se skládá ze standardních početních úloh, z úloh obsažených v jednotné přijímací zkoušce na střední školy, kterou zajišťuje CENTRUM pro zjišťování výsledků, z úloh od D. Jirotkové, M. Hejného, M. Tiché a z vlastních úloh. Rozhovor vedený s vybranými učiteli se skládá z otázek a odpovědí zaměřených na osobní charakteristiku učitele, na jeho používané metody výuky, učební materiály a pomůcky, a na jeho jednotlivé interpretace celku a jeho části.

Pomocí testů žáků jsem chtěla potvrdit nebo vyvrátit svoje pracovní předpoklady. Prvním předpokladem je, že celková úspěšnost žáků při řešení všech typů úloh bude vyšší než 50 %. Druhým předpokladem je, že žáci učitele, který používá Hejného metodu[3] (dále jen učitel U3), budou v testu úspěšnější než žáci učitele, který používá transmisivní styl výuky (dále jen učitel U1), a učitele, který používá kombinaci transmisivního a konstruktivistického stylu výuky (dále jen učitel U2). Třetím předpokladem je, že žáci učitelů U1, U2, U3 budou úspěšnější v řešení standardních úloh než v řešení úloh nestandardních, a čtvrtým předpokladem je, že úspěšnost v řešení nestandardních úloh bude vyšší u žáků učitele U3 než u žáků učitelů U1 a U2.

3.2 Analýza učebnic

V této kapitole se zabývám rozborem konkrétních učebnic matematiky pro 2. stupeň základní školy. Výběr učebnic jsem volila podle toho, které učebnice jednotliví učitelé, kteří se mého šetření zúčastnili, na vybraných základních školách používají. Mým cílem bylo seznámit se podrobněji s celkovým zpracováním učebnic a dále zjistit, jakým způsobem jsou v učebnici na 2. stupni pojímána jednotlivá vyjádření celku a jeho části.

[3] Hejného metoda – „Na rozdíl od tradiční výuky matematice zaměřené na nácvik standardních úloh je nová metoda zaměřená na budování sítě mentálních matematických schémat, které si každý žák tvoří řešením vhodných úloh a diskuzí o svých řešeních se spolužáky.“ (Převzato z http://www.h-mat.cz/hejneho-metoda)

Tabulka č. 2: Přehled zkoumaných učebnic

Název učebnice	**Nakladatelství**
Matematika pro 6. – 7. ročník ZŠ	Fortuna
Matematika 6 – 8 Aritmetika	Fraus
Matematika – Desetinná čísla	Nová škola
Matematika – Zlomky, poměr	
Matematika – procenta, trojčlenka	
Matematika – Hejného metoda A	H-mat
Matematika – Hejného metoda B	
Matematika – Hejného metoda C	
Matematika – Hejného metoda D	

V tabulce učebnic nejsou zahrnuty pracovní sešity, i když s nimi učitelé pracují. Autor i nakladatelství jsou pro konkrétní učebnici a k ní příslušný pracovní sešit stejné, tedy i zpracování a kvalita jsou na stejné úrovni. Z tohoto důvodu považuji učebnice a pracovní sešity jako celek.

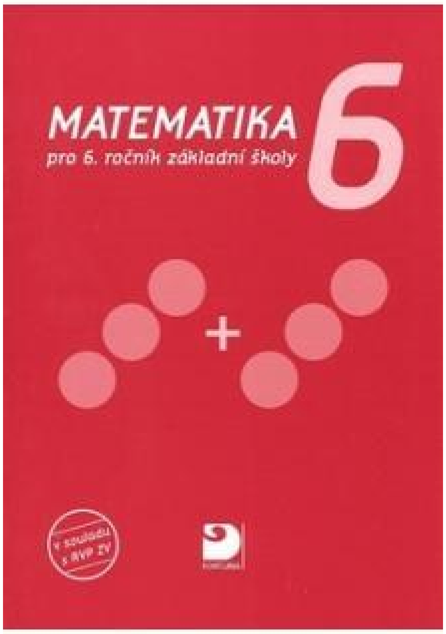
V rozboru jednotlivých učebnic se zaměřuji:

- na učebnice jako celek - samotnou strukturu a přehlednost, na způsob zavádění nového tématu týkající se celku a jeho části, na motivační prostředky, na typy modelů, na přítomnost gradovaných úloh [4], které učebnice obsahují (prvky konstruktivismu),
- na didaktickou vybavenost, kde srovnávám jednotlivé učebnice mezi sebou,
- na konkrétní typy úloh zaměřené na celek a jeho část, kde hodnotím motivační prostředky dané úlohy, způsob zavádění a použití modelů.

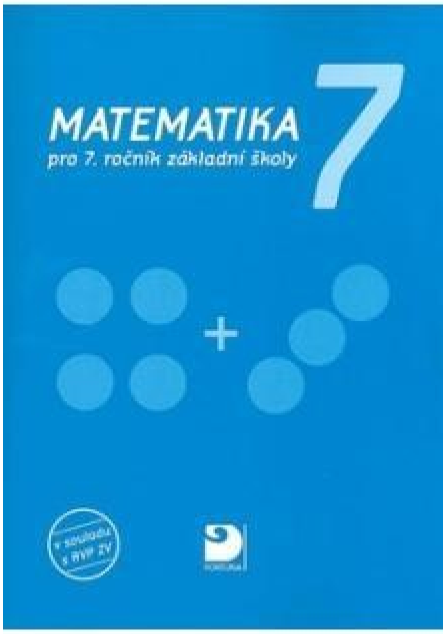
[4] Gradované úlohy – podobné úlohy různé obtížnosti.

3.2.1 Matematika pro 6. – 7. ročník ZŠ (nakladatelství Fortuna)

Obrázek č. 1: Matematika pro 6. ročník ZŠ



Obrázek č. 2: Matematika pro 7. ročník ZŠ



Řada učebnic matematiky od nakladatelství Fortuna (dále jen Fortuna) pro 6. – 9. ročník je zpracována v souladu s RVP ZV a má schvalovací doložku MŠMT.

Učebnice jsou přehledně strukturovány do jednotlivých kapitol zaměřujících se na konkrétní téma. První kapitola je věnována opakování probraného učiva z nižších ročníků. Další kapitoly obsahují konkrétní téma, jako například zlomky, celá čísla, racionální čísla apod. Kapitoly jsou dále strukturovány do dalších podkapitol směřující k problematice (k zavádění, operacím, závěrečnému opakování aj.).

Na začátku podkapitol je obvykle uveden motivační příklad nebo situace vztahující se k danému tématu. Dále podkapitoly obsahují jednotlivé poučky, vysvětlivky, definice, které jsou přehledně znázorněny v rámečku tak, aby bylo pro žáky zřejmé, že jim mají věnovat větší pozornost. V jednotlivých tématech nechybí slovní úlohy na procvičování, obrázky a velké množství příkladů.

Pokud pohlédneme na učebnici jako na celek, zjistíme, že neobsahuje mnoho motivačních prostředků. V učebnici je použita, mimo odstínů černé, pouze jedna barva, a to modrá. Nejsou zde použity fotografie, pouze obrázky, grafy a mapy, které jsou zastoupeny oproti ostatním učebnicím v menší míře. Na začátku kapitol i podkapitol je text, jenž seznamuje žáky s obsahem daného tématu pomocí reálné situace z běžného života, a pomocí otázek se snaží žáky vtáhnout do problému.

Při zavádění nového tématu učebnice na úvod obsahuje příklad většinou formou slovní úlohy, která má motivační funkci. Jestliže se jedná o téma, které navazuje na předchozí ročníky, jako například desetinná čísla a zlomky, nejprve je téma zopakováno, po zopakování učiva učebnice přechází na rozšíření daného tématu.

V učebnicích Fortuna se objevuje řada modelů. Například s desetinnými čísly učebnice pracuje v podobě veličin (délky, hmotnosti, objemu, času, teploty) a peněz (kurzy měn). Zlomky jsou popisovány pomocí veličin (např. pomocí délky, času, hmotnosti a objemu) a operátoru. V podobě operátoru se v učebnici zlomky objevují ve dvou typech (určení části z celku a určení celku z dané části). Poměr je žákům v učebnici předkládán v úlohách, v nichž jsou porovnávány různě velké objekty. Dále se objevují úlohy na směsi, kde je potřeba smíchat různé suroviny v daném poměru. U procent jsou používány úlohy na výpočet procentové části, základu a počtu procent za pomocí vzorce.

Celkově je v učebnici velké množství úloh, oproti ostatním analyzovaným učebnicím, které mají žáci za úkol vyřešit. Úlohy gradují, začínají jednodušší úlohou a končí úlohou složitější. Pro nadané žáky jsou v učebnici úlohy v kapitole „Pro chytré hlavy“, úlohy jsou velmi často voleny standardním[5] způsobem.

Vlastní názor na učebnice Fortuna:

Učebnice po prvním prolistování působí přehledně, z obsahu je hned patrné, kde jsou v učebnici probírána jednotlivá témata Celku a jeho částí. U konkrétních témat Celku a jeho části je učivo nejprve zopakováno, pak následuje úloha, která má za úkol žáky vtáhnout do konkrétního probíraného tématu. Po zadání úvodní úlohy se v učebnici objevují různé poučky, definice nebo tvrzení, doprovázeny slovy „Pamatujte si…“ a nakonec učebnice obsahuje úlohy na procvičení. Podle mého názoru je vhodné žákům učivo přiblížit pomocí úlohy z praxe, kdy žáci řeší nějaký problém z reálného života. Učebnice Fortuna obsahují dobré nápady pro motivační úlohy hodící se na zavedení nového tématu, operací apod. Zároveň ve většině případů neumožňuje žákům se nad danými problémy zamýšlet, tvořit si hypotézy a pomocí vlastních sil dané hypotézy potvrzovat nebo naopak vyvracet.

Některé pojmy a pravidla, která jsou platná, je potřeba zavést. Myslím si, že postupy řešení nebo konkrétní vzorce by měl učitel s žáky postupně odvozovat. Učení se matematice

[5] Standardní úlohy – úlohy typově shodující s úlohami ostatních učebnic.

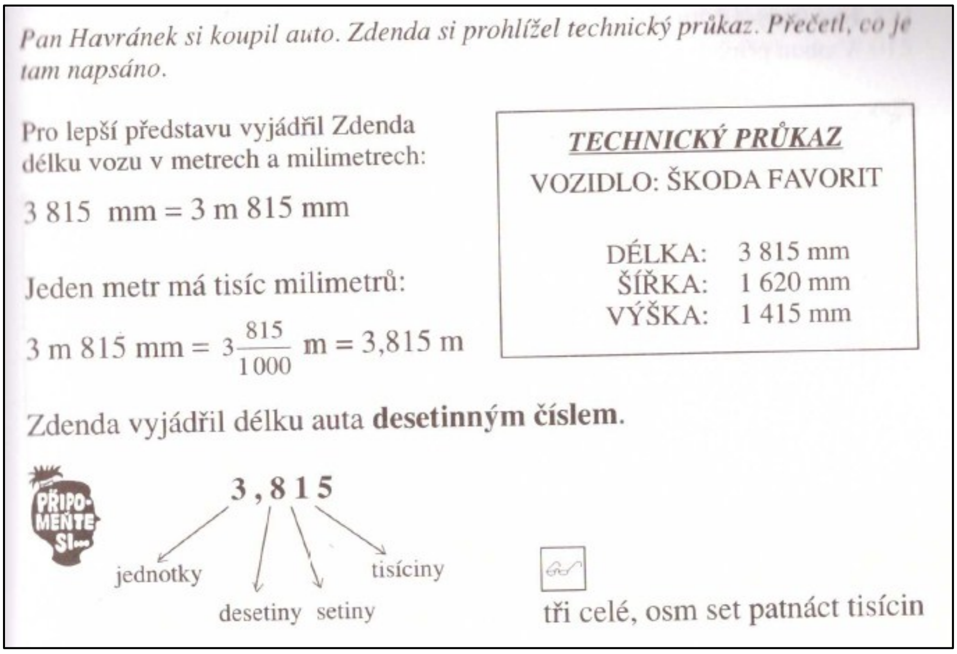
není o paměti, ale o tom, danému tématu porozumět, odvodit si dané poučky nebo vzorce a umět je dále aplikovat.

Oproti ostatním učebnicím učebnice Fortuna obsahují velké množství standardních úloh. Jsem toho názoru, že pokud žáci pochopí a mají vhled do daného tématu, je potřeba, aby si určité množství úloh spočítali a tím i dané téma procvičili. Pomocí učebnic Fortuna můžeme pouze s žáky procvičovat typově stejné úlohy, které se opakují a pro žáky mohou přestat být zajímavé a tím i motivující.

Ukázky úloh týkající se celku a jeho části, které se v učebnicích objevují:

Uvedu několik příkladů úloh a typů modelů, které se v učebnicích vyskytují. Při zavádění nového tématu autoři učebnic používají příklady reálné situace. Pro názornost uvádím zavedení desetinných čísel a krácení zlomků. Podobně autoři zavádějí další pojmy týkající se vztahu celku a jeho částí.

Obrázek č. 3: (Coufalová, Pěchoučková, Lávička, Potůček; 1998; s. 57)



Pan Havránek si koupil auto. Zdenda si prohlížel technický průkaz. Přečetl, co je tam napsáno.

TECHNICKÝ PRŮKAZ

VOZIDLO: ŠKODA FAVORIT

DÉLKA: 3 815 mm
ŠÍŘKA: 1 620 mm
VÝŠKA: 1 415 mm

Pro lepší představu vyjádřil Zdenda délku vozu v metrech a milimetrech:

3 815 mm = 3 m 815 mm

Jeden metr má tisíc milimetrů:

$3\text{ m }815\text{ mm} = 3\frac{815}{1000}\text{ m} = 3{,}815\text{ m}$

Zdenda vyjádřil délku auta **desetinným číslem.**

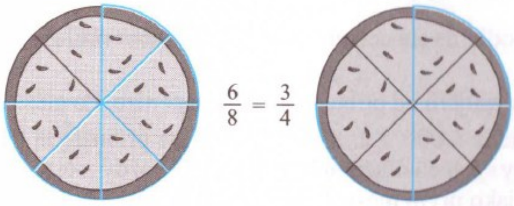
tři celé, osm set patnáct tisícin

Zadaná úloha je názorná pro žáky tím, že si mohou představit, k čemu je dobré používat desetinná čísla. V úloze postrádám prostor pro zamyšlení, žákům je hned po zadání úlohy ukázáno řešení.

Krácení zlomků začíná podobně úvodní slovní úlohou, která je posléze řešena:

Obrázek č. 4: (Coufalová, Pěchoučková, Hejl, Lávička; 1999; s. 34)

Maminka dala na stůl rozkrájený koláč. Kuba s Bárou se pustili do jídla. Když každý snědl jeden kousek, Kuba povídal: „Na talíři je ještě $\frac{6}{8}$ koláče.“ Bára dodala: „Vždyť jsou to přece $\frac{3}{4}$ koláče.“



Krácením zlomku $\frac{6}{8}$ dvěma dostaneme zlomek $\frac{3}{4}$.

PAMATUJTE SI...

Krácení zlomku provádíme tak, že čitatele a jmenovatele zlomku vydělíme jejich společným dělitelem.

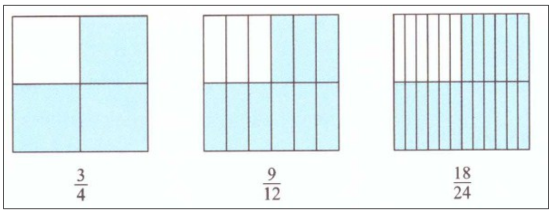
Jak zkrátíme zlomek $\frac{6}{8}$?

Určíme společného dělitele čísel v čitateli a ve jmenovateli.	$\frac{6}{8} = ?$	Společným dělitelem čísel 6 a 8 je číslo 2.
Čitatele i jmenovatele vydělíme společným dělitelem	$\frac{6:2}{8:2} = \frac{3}{4}$ $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$	

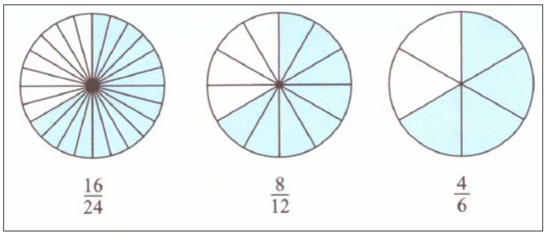
Úloha vede k zamyšlení, kdo má pravdu, Bára nebo Kuba? Na stole zbude $\frac{6}{8}$ koláče nebo $\frac{3}{4}$? Samotná situace má motivační funkci, vede žáky k zamyšlení.

V učebnicích se objevují i některé modely. U zlomků je použit například model „koláče“, „čokolády“ a číselná osa:

Obrázek č. 5: (Coufalová, Pěchoučková, Hejl, Lávička; 1999; s. 38)

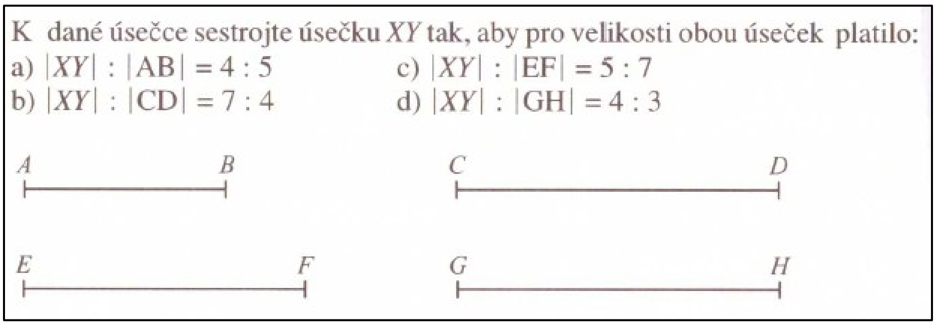


Obrázek č. 6: (Coufalová, Pěchoučková, Hejl, Lávička; 1999; s. 38)



Nechybí ani úlohy na dělení úsečky v daném poměru:

Obrázek č. 7: (Coufalová, Pěchoučková, Hejl, Lávička; 1999; s. 182)


K dané úsečce sestrojte úsečku XY tak, aby pro velikosti obou úseček platilo:

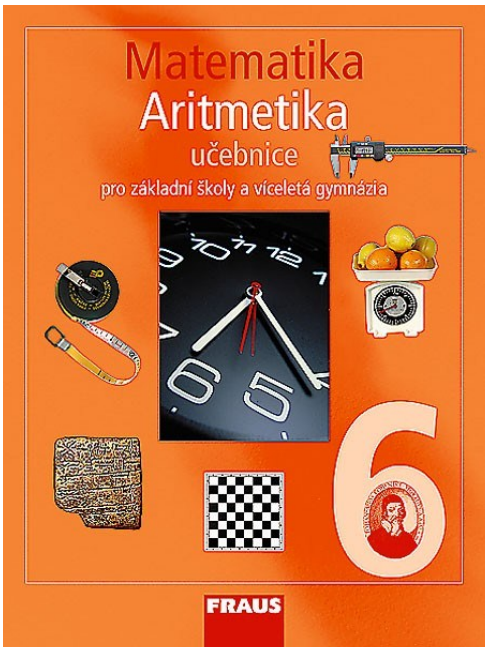
a) $|XY| : |AB| = 4 : 5$ c) $|XY| : |EF| = 5 : 7$

b) $|XY| : |CD| = 7 : 4$ d) $|XY| : |GH| = 4 : 3$

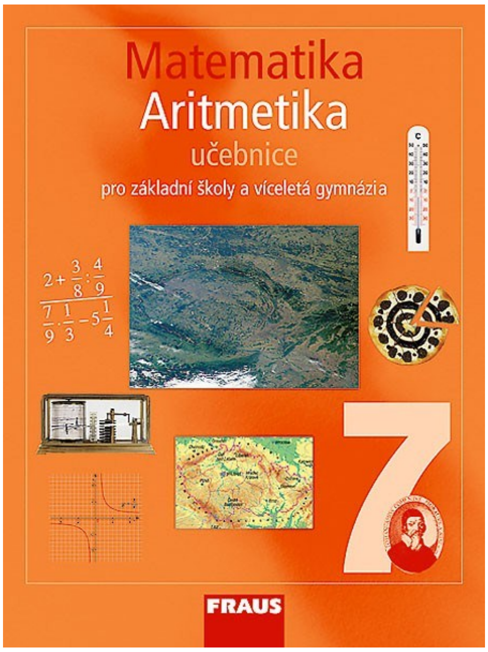
Modely jsou názorné, přesto si myslím, že nestačí. Podobné modely jsou v učebnicích předem děleny na stejně velké části a na žákovi je pouze část celku určit. Na podobných úlohách ale nezjistíme, zda žák rozumí danému tématu. Je potřeba žákům ukázat i případ, kdy celek není dělen na stejné části, nebo si celek budou muset na jednotlivé části rozdělit sami.

3.2.2 Matematika 6 – 8 Aritmetika (nakladatelství Fraus)

Obrázek č. 8: Matematika 6 - Aritmetika



Obrázek č. 9: Matematika 7 - Aritmetika



Obrázek č. 10: Matematika 8 – Aritmetika

Řada učebnic matematiky z nakladatelství Fraus (dále jen Fraus) je schválena MŠMT. K jedné učebnici jsou vydány i příručka učitele a pracovní sešit v tištěné a elektronické podobě. Učebnice pro 6. ročník získala v roce 2009 druhé místo v soutěži Best European Schoolbook Awards – BESA[6]. Snahou autorů těchto učebnic bylo u žáků v maximální míře

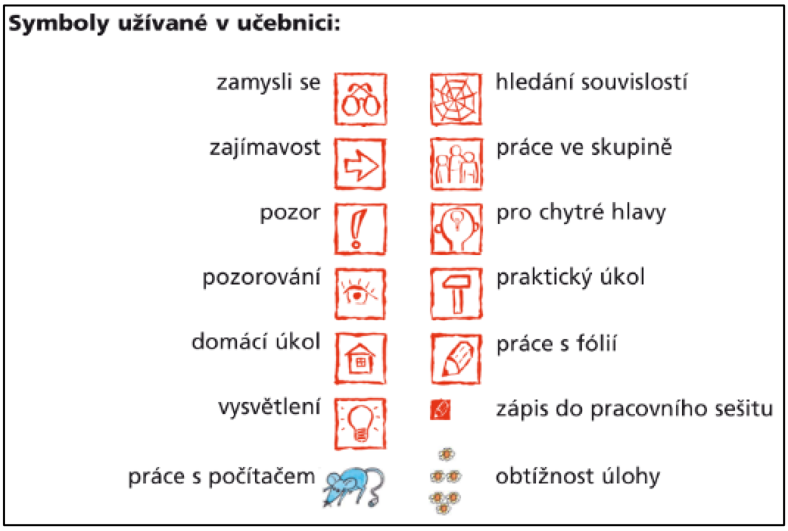
[6]Best European Schoolbook Awards – BESA – soutěž nejlepších evropských učebnic.

podporovat objevování a experimentování v matematice. V úvodu učebnice pro 6. ročník – Aritmetika – je pro žáky uveden text: „Možná se vám naše učebnice, kterou právě otevíráte, zdá jiná, než jaké jste zatím používali. Chceme vám totiž ukázat, že v ní vůbec nejde o to, nabiflovat se nějaké vzorečky, kterým „normální“ člověk stejně moc nerozumí. Rádi bychom abyste se učili tak, že většinu věcí budete sami objevovat, a učitelé vám budou pomáhat. Upozorní vás na chyby, které děláte, a společně se pak dohodnete, jak budete objevené věci nazývat.“ (Binterová a kol, 2015, s. 5) Tedy cílem Binterové, Fuchse a Tlustého bylo vytvořit pro žáky takovou učebnici, která by podporovala žákův rozvoj poznávacího procesu.

Učebnice jsou rozděleny do větších tematických celků, které jsou dále děleny do menších podkapitol. Na začátku učebnice například pro 6. ročník – Aritmetika – je uvedena otázka „Proč se učí aritmetika?“. Žáci používají v hodinách velmi často otázku „K čemu nám to bude?“ a autoři učebnice se jim hned v úvodu snaží tuto otázku zodpovědět.

V učebnici jsou použity pro lepší orientaci symboly k rozlišení uvedeného textu:

Obrázek č. 11: (Binterová, Fuchs, Tlustý, 2008, s. 4)



Předtím, než jsou uvedena jednotlivá témata, je v učebnici zopakováno učivo z nižších ročníků. Zavedení nového pojmu nebo pravidla předchází řada úloh a příkladů, které žáky vedou k jejich objevení.

Vzhledem k pestrosti barev, obrázků a fotografií jsou učebnice pro učitele i žáky atraktivní a zajímavé. Učebnice v elektronické podobě, která se používá na interaktivní tabuli, má k dispozici následující funkce: zvětšení psaného textu, jednotlivých úloh nebo obrázků, skryté řešení úloh, odkaz na jiné učebnice, na zdroje z internetu, pro zopakování je v některých kapitolách obsažen opakovací test nebo cvičení určené k procvičování apod.

V jednotlivých kapitolách jsou žáci v úvodu seznámeni s historií, jež se vztahuje ke konkrétnímu tématu. Motivačním prvkem kapitol jsou úlohy z běžného života. Tyto úlohy jsou velmi často doprovázeny obrázky, fotografiemi a otázkami vedoucími k zamyšlení.

Zastoupení různých typů modelů v učebnicích je velká řada. V kapitole o desetinných číslech můžeme najít popis pomocí veličin (objem, délka, teplota, čas aj.) a peněz (kurzy měn, převádění haléřů na koruny). Zlomky jsou v učebnicích zastoupeny také formou veličin (délka, teplota, objem, čas aj.) a operátorů. Podobně jako v učebnicích Fortuna zlomky v podobě operátoru jsou obsažené v úlohách, kde žáci určují část z celku, a celek z dané části. Procenta autoři učebnice považují za základ statistiky, pravděpodobnosti a finanční matematiky. Jejich prioritou je, aby žáci pochopili podstatu věci, uvědomili si základní vztahy a souvislosti při práci s procenty. Chtějí se vyvarovat žákových výpočtů pomocí dosazování do naučených postupů bez jeho porozumění. Z tohoto důvodu žáci řeší úvodní úlohy bez přesně formulovaného postupu.

V učebnici jsou kromě standardních úloh i úlohy nestandardní. Úlohy obsažené v učebnicích mají různou obtížnost - gradují. Úroveň obtížnosti žáci poznají pomocí počtu teček, jež úloha obsahuje (viz obrázek č. 11). Pro nadané žáky jsou úlohy uvedené v kapitole „A ještě něco navíc“.

Vlastní názor na učebnice Fraus:

V porovnání s učebnicemi Fortuna jsou učebnice Fraus atraktivnější, je v nich použito hned několik motivačních prvků (barva vzhledu, obrázky, fotografie, typy úloh, odkazy na historii apod.) a autoři se snaží podporovat postupné budování matematického světa v mysli žáka. Kladně v učebnici hodnotím to, že po zadání úlohy nenásleduje postup řešení. Učitel má tak prostor s žáky nad daným tématem diskutovat a vyvozovat závěry. Nestandardní úlohy použité v publikacích mohou být pro některé žáky motivačním prvkem k tomu, aby se snažili o tématu dozvědět více. Mimo nestandardních úloh se objevují i úlohy, se kterými je použit model určující celek, jenž není dělen na stejně velké části. Žáci si musí sami rozdělit celek na stejně velké části, aby mohli určit velikost části z celku.

Ukázky úloh týkající se celku a jeho části, které se v učebnicích objevují:

Uvedu několik příkladů úloh a typů modelů, které se v učebnicích vyskytují. Pro názornost uvádím zavedení desetinných čísel, zlomků a poměru.

1. příklad - V kapitole týkající se desetinných čísel je zadána úloha, v níž je nejprve žákům sdělena vzdálenost Měsíce od Země, Pluta od Země, vzdálenost z Prahy do Brna atd. Nakonec mají žáci změřit délku a šířku učebny, ve které se právě učí. Žáci při měření učebny mohou hodnoty určovat desetinným číslem, pokud nebudou zaokrouhlovat nebo uvádět hodnoty v menších jednotkách, nebo pomocí jiné interpretace celku a jeho části.

2. příklad - U zlomků autoři použili úlohu, při níž se žáci seznamují s různými typy not o různé délce (viz obrázek č. 12)

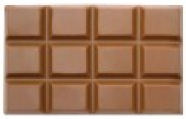
Obrázek č. 12: (Binterová, Fuchs, Tlustý, 2008, s. 36)

Podobné úlohy jsou pro žáky zajímavé a atraktivní. Někteří žáci hrají na nějaký hudební nástroj, toho můžeme využít. Tyto děti vědí, že pokud je skladba ve čtyřčtvrtečním taktu, pak je půlová nota polovinou celého taktu, čtvrťová nota čtvrtinou apod. Vidí nezbytnost použití zlomků, a to například v hudbě.

3. *příklad* - Při zavedení poměru je na úvod použita motivační úloha (viz obrázek č. 13):

Obrázek č. 13: (Binterová, Fuchs, Tlustý, 2008, s. 64)

Za pomoc při práci na zahradě babička dala Jeníčkovi a Mařence čokoládu. „Rozdělte se spravedlivě podle toho, jak jste pracovali," řekla babička. „Jeníčku, nezapomeň, že Mařenka pracovala třikrát více než ty. Zaslouží si tedy třikrát tolik." Mařenka se ptala babičky: „A když si vezmu tři dílky a Jeníček jeden, co máme udělat se zbytkem čokolády?" Jeníček se hned ozval: „Ty popleto, já dostanu jeden díl celé čokolády! Musíme ji rozdělit na čtyři díly!" Jak chtěl dělit Jeníček a jak Mařenka?



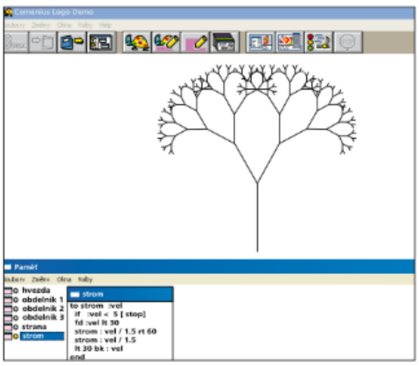
Popsaná situace dává, za pomoci návodných otázek, žákům prostor k zamyšlení. Úloha není hned po zadání řešena, učitel má tak čas otevřít diskuzi a s žáky docházet k možným řešením.

Dále se v učebnicích objevují nestandardní úlohy, jak již bylo zmíněno výše. V jedné nestandardní úloze autoři použili fraktály[7]. Fraktály jsou zajímavé tím, že ukazují možnost popisu světa kolem nás pomocí jisté matematické struktury. Fraktály mohou být pro žáky velmi komplikovaným tématem, ale záleží na učiteli, jak fraktály ve výuce použije. Uvedu příklady fraktálů, které se v učebnici objevují.

1) *Strom*

Obrázek č. 14: (Binterová, Fuchs, Tlustý, 2008, s. 36)

Teď si ukážeme, že i na obyčejný strom se můžeme dívat jako na matematickou strukturu. Nakreslete si svislou úsečku délky 9 cm. V jejím horním bodě narýsujte dvě úsečky o délce 3 cm tak, aby první svírala s původní úsečkou úhel 150° a druhá úhel o 60° větší. V horních bodech těchto úseček podle obrázku nakreslete další dvě úsečky třetinové délky a potom ještě nejméně další dvě větvení stromu.

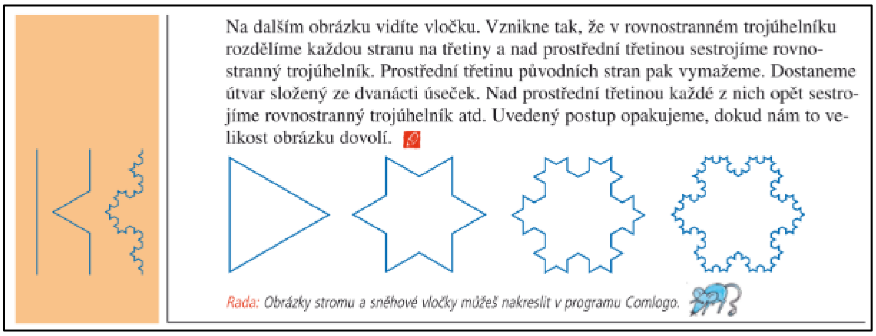


[7] Fraktál –„… geometrický útvar, který je soběpodobný, tj. při pozorování v jakémkoliv měřítku či rozlišení pozorujeme stále opakující se určitý charakteristický tvar." (příručka učitele, s. 44)

Strom vzniká postupným „košatěním“ úseček, každá další vzniklá úsečka má třetinu délky té předešlé. Opakováním těchto kroků vzniká matematická struktura připomínající reálný strom.

2) *Kochova vločka*

Obrázek č. 15: (Binterová, Fuchs, Tlustý, 2008, s. 36)

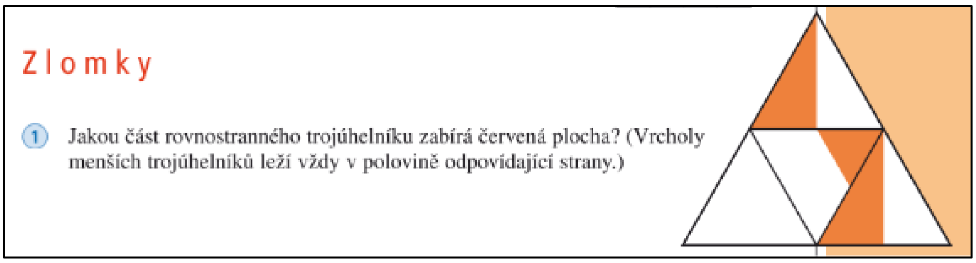


Na obrázku je popisován vznik tzv. *Kochovy vločky*[8], která vzniká z rovnostranných trojúhelníků.

Fraktály jsou zajímavé tím, že matematicky popisují „normální“ útvary kolem nás (např. sněhové vločky, větvičky, kapradí aj.) pomocí jistého konečného počtu obrázků nebo parametrů, které je charakterizují.

Dále uvádím příklady použitých modelů v učebnicích. U zlomků a desetinných čísel jsou použity modely „koláče“, „čokolády“, číselné osy aj. Při určování části z celku se v učebnici objevují i úlohy, v kterých není celek dělen na stejně velké části (viz obrázek č. 16):

Obrázek č. 16: (Binterová, Fuchs, Tlustý, 2008, s. 93)

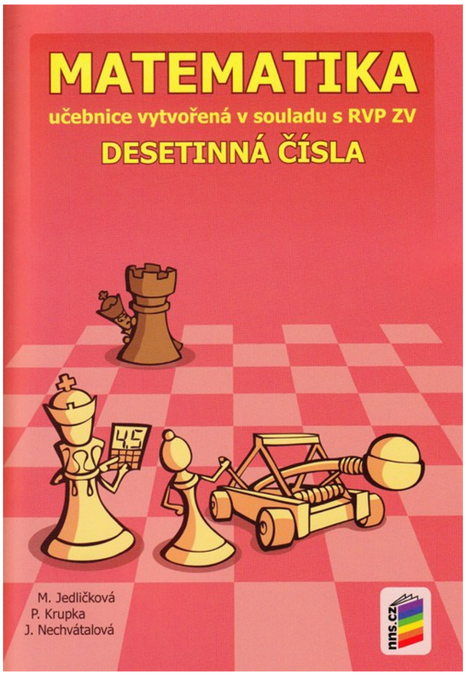


[8] Kochova vločka – „Kochova vločka (někdy též Kochův ostrov) vzniká tím, že se na počátku pracuje s rovnostranným trojúhelníkem místo jediné úsečky, výsledkem je tedy plošný fraktální útvar.“ (Převzato z - https://cs.wikipedia.org/wiki/Kochova_k%C5%99ivka#Kochova_vlo.C4.8Dka)

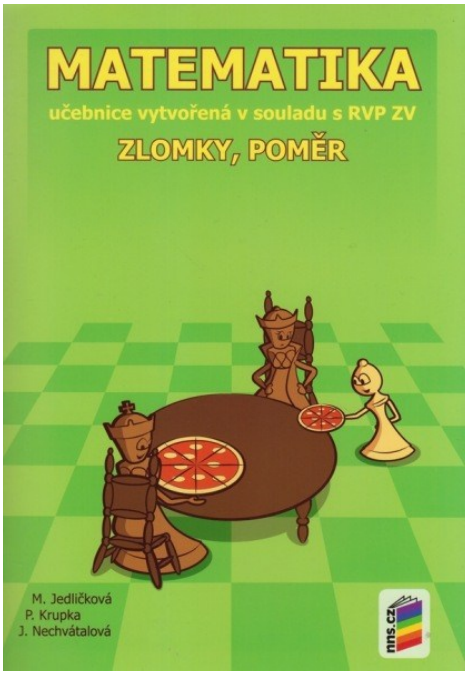
Na obrázku č. 16 je vidět, že celek není dělen na stejné části. Žáci by si měli uvědomit, že pokud chtějí určit část celku, dělení celku na stejné části budou muset provést sami.

3.2.3 Matematika – Desetinná čísla; Zlomky, poměr; Procenta, trojčlenka (nakladatelství Nová škola)

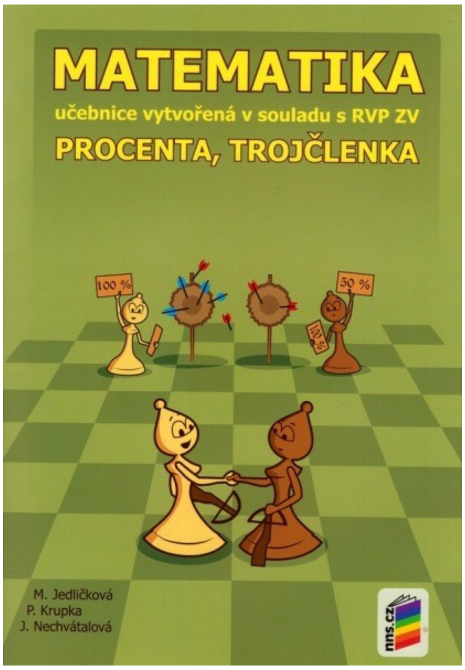
Obrázek č. 17: Matematika – Desetinná čísla



Obrázek č. 18: Matematika – Zlomky, poměr



Obrázek č. 19: Matematika – Procenta, trojčlenka



Sada učebnic a pracovních sešitů matematiky pro 2. stupeň od nakladatelství Nová škola (dále jen Nová škola) je vytvořena v souladu s RVP ZV a je schválena MŠMT. Cílem autorů je vybavit žáky takovými poznatky, které jim umožní tvořivě myslet, logicky uvažovat a řešit problémy vyplývající z reálného života, rozvíjet dovednosti řešit problémy, získávat data, pozorovat, diskutovat a vyvozovat závěry. (Nová škola, 2016)

Učebnice a pracovní sešity nejsou děleny klasicky po ročnících, ale podle daného tématu. Je předpokládaná souběžná práce s učebnicemi a s pracovními sešity.

Struktura učebnic je konstituována jasně a přehledně. Probírané učivo je vždy uvedeno motivační úlohou, která vede žáky k zamyšlení, následuje množství vyřešených návodných úloh a úloh na procvičení. Pracovní sešity obsahují úlohy, které žáci mohou řešit a tím si dané téma procvičit, na závěr jsou zařazeny úlohy zajímavé a nadstandardní. (Nová škola, 2016)

V učebnicích je použito velké množství barev a obrázků, které mají žáky na první pohled zaujmout a zpřehlednit dané učivo. Úlohy ve fialovém rámečku jsou motivační, ve žlutém se zavádí a vysvětluje nové učivo, v zeleném je obsažen nový pojem nebo postup a v červeném je závěrečné shrnutí.

U jednotlivých stránek jsou k danému tématu uvedeny v dolní části klíčová slova v anglickém a německém jazyce.

V jednotlivých kapitolách i podkapitolách týkajících se zlomků, desetinných čísel, procent nebo poměru je uveden motivační text (návodná situace, úloha, problém apod.). Text doplňují otázky, které vedou žáky k zamyšlení.

V učebnicích Nová škola se objevuje celá řada modelů a příkladů. K učebnici je vydán pracovní sešit, který obsahuje více úloh než učebnice. V pracovním sešitě se objevují nejenom standardní úlohy, ale i jiné typy úloh, které mohou být pro žáky zajímavé.

Desetinná čísla jsou v učebnici zastoupena v podobě veličin i v podobě peněz, ovšem méně častěji než v ostatních zkoumaných učebnicích. Zlomky jsou také uváděné pomocí veličin i pomocí operátoru. Téma poměru je žákům v učebnici předkládáno pomocí úloh na porovnávání různě velkých objektů. Jsou zde i úlohy na směsi. U procent jsou používány úlohy na výpočet procentové části, základu a počtu procent za pomocí vzorce.

Vlastní názor na učebnice Nová škola:

Celkově je učebnice jasně strukturována, rozdělena do jednotlivých kapitol, které obsahují úvodní úlohy, návody k řešení a samotné příklady. V učebnici je u některých úloh předčasně uveden návod k řešení. Návod k řešení zbavuje žáky možnosti samostatného bádání, nemohou se nad danou úlohou zamyslet a nalézt vlastní postup řešení.

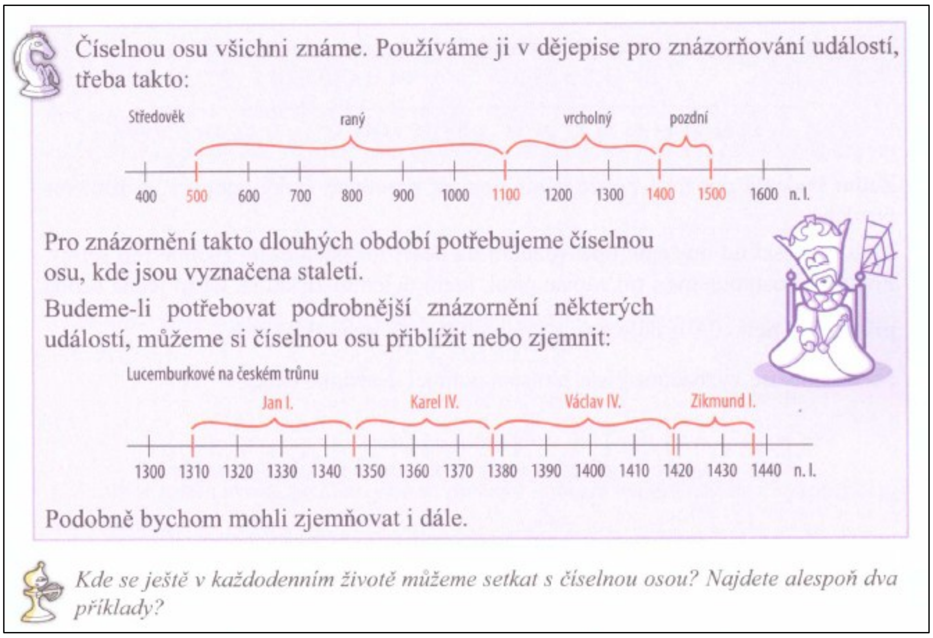
V učebnicích se objevují na některých stránkách klíčová slova v cizích jazycích, vždy v dolní části stránky. Za přínosné pro žáky považuji, že je jim pomocí klíčových slov v angličtině a němčině vysvětleno, co jednotlivá slova znamenají (např. poloměr značíme *r*, protože vychází z anglického slova *radius* apod.).

Stejně jako v učebnicích Fortuna postrádám úlohy zaměřené na výpočet části z více celků. Také jsem v učebnicích nenašla úlohy různé obtížnosti ani úlohy pro nadané žáky. V porovnání s učebnicemi Fraus obsahují méně nestandardních úloh a motivačních prvků.

Ukázky úloh týkající se celku a jeho části, které se v učebnicích objevují:

Uvedu několik příkladů zavádění nového tématu, netradičních úloh a modelů používaných v učebnicích. Při zavedení desetinných čísel je použita časová osa, již žáci znají z dějepisu (viz obrázek č. 20).

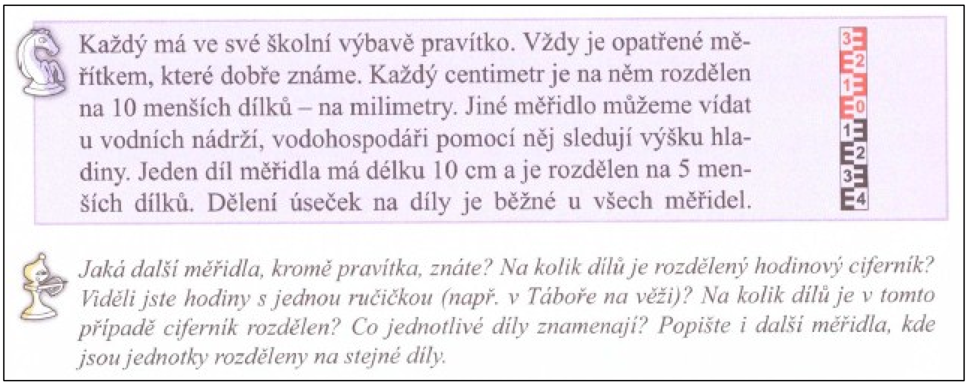
Obrázek č. 20: (Jedlička, Krupka, Nechvátalová; 2012; s. 9)



Úloha je motivací i obtížností dostačující. Otázka uvedená pod textem vede žáky k zamyšlení nad daným tématem.

Jiné zavedení desetinných čísel je v učebnicích uvedeno pomocí modelu měřidla, s kterým se žáci mohou v běžném životě setkat.

Obrázek č. 21: (Jedlička, Krupka, Nechvátalová; 2014; s. 2)



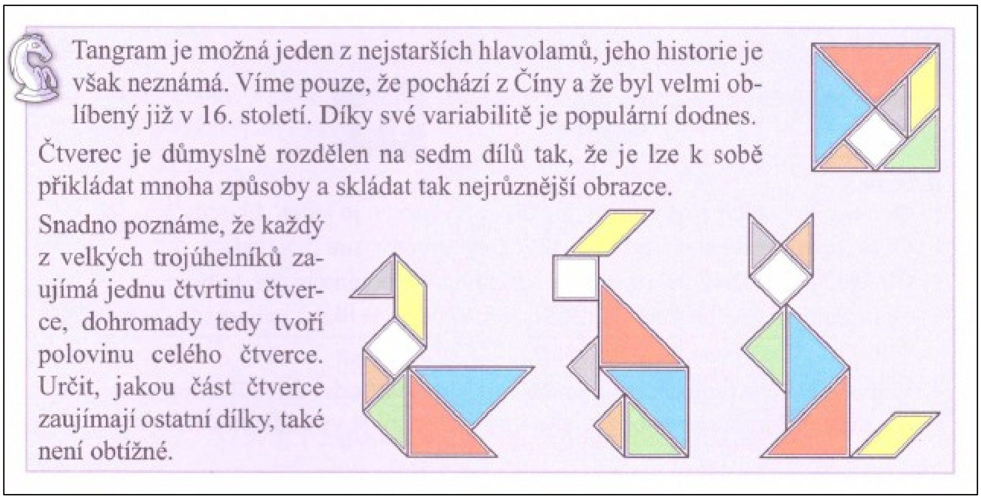
Každý má ve své školní výbavě pravítko. Vždy je opatřené měřítkem, které dobře známe. Každý centimetr je na něm rozdělen na 10 menších dílků – na milimetry. Jiné měřidlo můžeme vídat u vodních nádrží, vodohospodáři pomocí něj sledují výšku hladiny. Jeden díl měřidla má délku 10 cm a je rozdělen na 5 menších dílků. Dělení úseček na díly je běžné u všech měřidel.

Jaká další měřidla, kromě pravítka, znáte? Na kolik dílů je rozdělený hodinový ciferník? Viděli jste hodiny s jednou ručičkou (např. v Táboře na věži)? Na kolik dílů je v tomto případě ciferník rozdělen? Co jednotlivé díly znamenají? Popište i další měřidla, kde jsou jednotky rozděleny na stejné díly.

Na měřidle je patrné dělení centimetru na menší dílky.

V kapitole o zlomcích je použit tangram, kde je čtverec dělen do menších částí, které se neshodují.

Obrázek č. 23: (Jedlička, Krupka, Nechvátalová; 2014; s. 7)



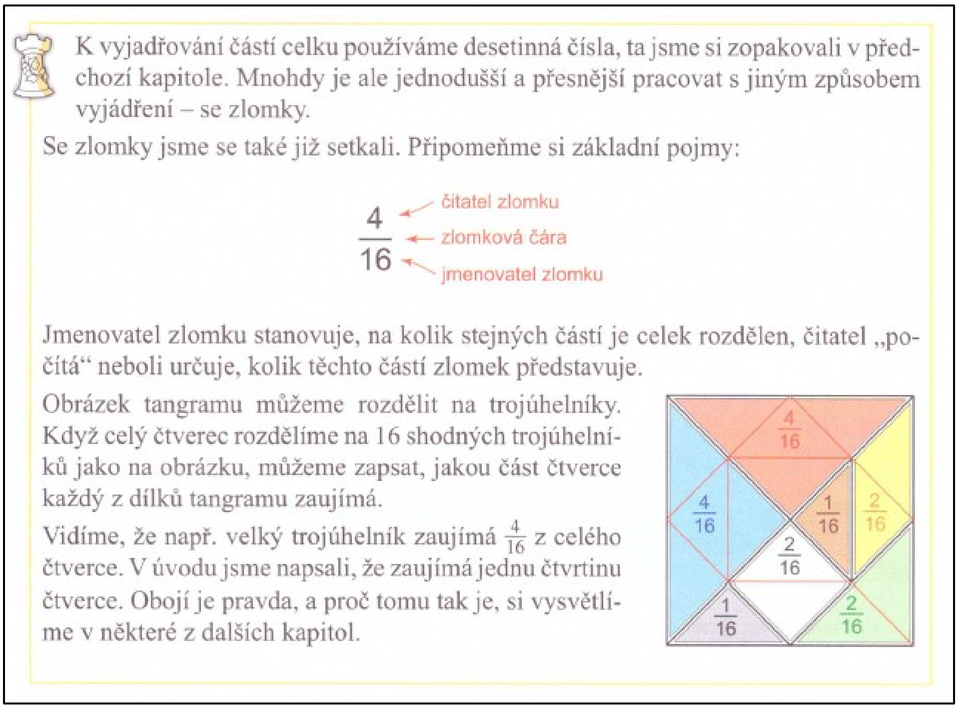
Tangram je možná jeden z nejstarších hlavolamů, jeho historie je však neznámá. Víme pouze, že pochází z Číny a že byl velmi oblíbený již v 16. století. Díky své variabilitě je populární dodnes.

Čtverec je důmyslně rozdělen na sedm dílů tak, že je lze k sobě přikládat mnoha způsoby a skládat tak nejrůznější obrazce.

Snadno poznáme, že každý z velkých trojúhelníků zaujímá jednu čtvrtinu čtverce, dohromady tedy tvoří polovinu celého čtverce. Určit, jakou část čtverce zaujímají ostatní dílky, také není obtížné.

Učitel na této úloze může s žáky určovat, jak velkou část celku jednotlivé dílky zaujímají vzhledem ke čtverci. Po zadání motivační úlohy ve formě tangramu je uvedeno vysvětlení a zavedení pojmu zlomek (viz obrázek č. 24):

Obrázek č. 24: (Jedlička, Krupka, Nechvátalová; 2014; s. 7)



K vyjadřování částí celku používáme desetinná čísla, ta jsme si zopakovali v předchozí kapitole. Mnohdy je ale jednodušší a přesnější pracovat s jiným způsobem vyjádření – se zlomky.

Se zlomky jsme se také již setkali. Připomeňme si základní pojmy:

Jmenovatel zlomku stanovuje, na kolik stejných částí je celek rozdělen, čitatel „počítá“ neboli určuje, kolik těchto částí zlomek představuje.

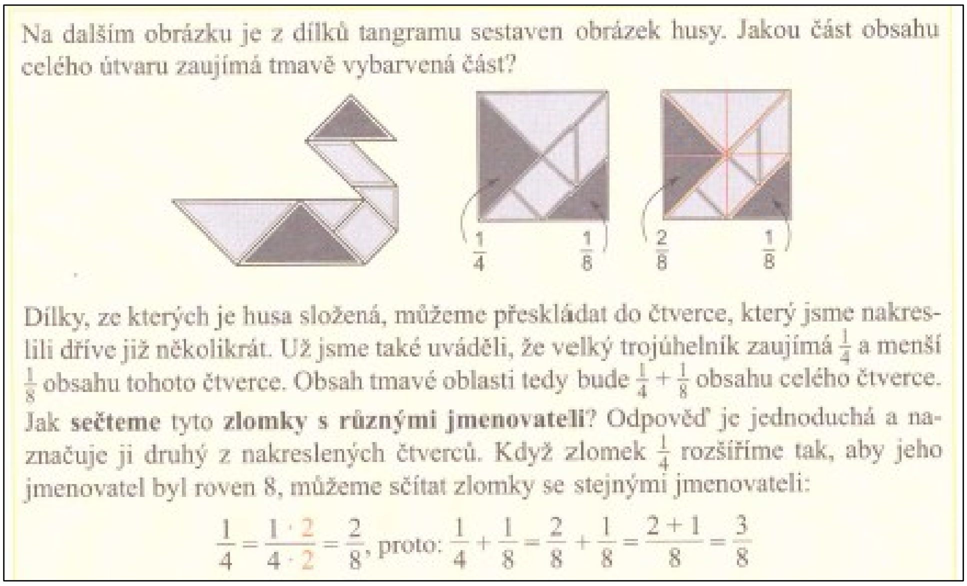
Obrázek tangramu můžeme rozdělit na trojúhelníky. Když celý čtverec rozdělíme na 16 shodných trojúhelníků jako na obrázku, můžeme zapsat, jakou část čtverce každý z dílků tangramu zaujímá.

Vidíme, že např. velký trojúhelník zaujímá $\frac{4}{16}$ z celého čtverce. V úvodu jsme napsali, že zaujímá jednu čtvrtinu čtverce. Obojí je pravda, a proč tomu tak je, si vysvětlíme v některé z dalších kapitol.

Vysvětlení navazuje na tangram z předchozí úlohy a popisuje celek, který je rozdělen na stejně velké dílky.

Tangram je dále využíván v navazujících úlohách:

Obrázek č. 25: (Jedlička, krupka, Nechvátalová; 2014; s. 7)



Na dalším obrázku je z dílků tangramu sestaven obrázek husy. Jakou část obsahu celého útvaru zaujímá tmavě vybarvená část?

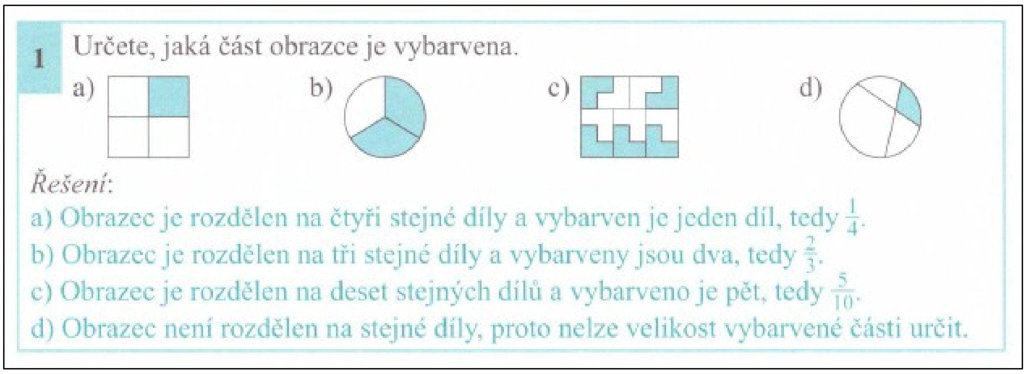
Dílky, ze kterých je husa složená, můžeme přeskládat do čtverce, který jsme nakreslili dříve již několikrát. Už jsme také uváděli, že velký trojúhelník zaujímá $\frac{1}{4}$ a menší $\frac{1}{8}$ obsahu tohoto čtverce. Obsah tmavé oblasti tedy bude $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ obsahu celého čtverce. Jak **sečteme** tyto **zlomky s různými jmenovateli**? Odpověď je jednoduchá a naznačuje ji druhý z nakreslených čtverců. Když zlomek $\frac{1}{4}$ rozšíříme tak, aby jeho jmenovatel byl roven 8, můžeme sčítat zlomky se stejnými jmenovateli:

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{2}{8}, \text{ proto: } \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2+1}{8} = \frac{3}{8}$$

Na podobné úloze (viz obrázek č. 25) si žáci mohou uvědomit, že jednotlivé části mohou přeskupovat a vytvořit jiný celek. Také by měli u této úlohy dojít k tomu, že pokud chtějí určit část z celku, musí celek rozdělit na stejně velké části.

Na závěr uvedu příklad z učebnice, kde si můžeme všimnout, že celek není vždy dělen na stejně velké části (viz obrázek č. 26).

Obrázek č. 26: (Jedlička, Krupka, Nechvátalová; 2014; s. 8)



1 Určete, jaká část obrazce je vybarvena.

a) b) c) d)

Řešení:

a) Obrazec je rozdělen na čtyři stejné díly a vybarven je jeden díl, tedy $\frac{1}{4}$.

b) Obrazec je rozdělen na tři stejné díly a vybarveny jsou dva, tedy $\frac{2}{3}$.

c) Obrazec je rozdělen na deset stejných dílů a vybarveno je pět, tedy $\frac{5}{10}$.

d) Obrazec není rozdělen na stejné díly, proto nelze velikost vybarvené části určit.

Při znázornění celku a jeho části mají žáci za úkol určit, jaká část obrazce je vybarvena. V bodě d) není celek dělen na stejné části. Je dobré žákům ukázat i případ, kdy část celku neumějí určit.

3.2.4 Matematika – Hejného metoda A – C (nakladatelství H-mat)

Obrázek č. 27: Matematika A – Hejného metoda

Obrázek č. 28: Matematika B – Hejného metoda

Obrázek č. 29: Matematika C – Hejného metoda

Řada učebnic matematiky pro 2. stupeň podle Hejného metody z nakladatelství H-mat (dále jen H-mat) je zpracována v souladu s RVP ZV a schválena MŠMT. Učebnice a samotná výuka by měla u žáků rozvíjet matematické myšlení, tvořivost, spolupráci, komunikační dovednosti, umět si poradit s problémy apod. Řada učebnic pro druhý stupeň se skládá ze 7 dílů (A – F), analyzovala jsem pouze doposud vydané díly A – C. Sada je zpracována tak, aby těžištěm výuky bylo jak individuální, tak skupinové řešení úloh a docházelo k bohaté komunikaci mezi žáky. Učebnice obsahují série gradovaných úloh, pomocí nichž žáci formulují hypotézy a následně tyto hypotézy ověřují, zda jsou pravdivé nebo nepravdivé. Gradováním úloh v učebnicích autoři řeší problém s diferenciací žáků. Ve třídách škol jsou žáci slabší, průměrní ale i nadaní. Je obtížné se zaměřit na všechny žáky.[9]

Učebnice jsou netypické tím, že nejsou rozděleny do jednotlivých ročníků ani do jednotlivých témat. Střídají se v nich tematické celky. Stejný typ úlohy se pravidelně vrací obohacený o některé další prvky, aby žák měl čas zažít a možnost hlouběji pochopit danou problematiku.[10]

V učebnicích se můžeme setkat s řadou nestandardních úloh, jako například: Součtové trojúhelníky, Děda Lesoň, Autobus, Krokování, Šipkové grafy aj.

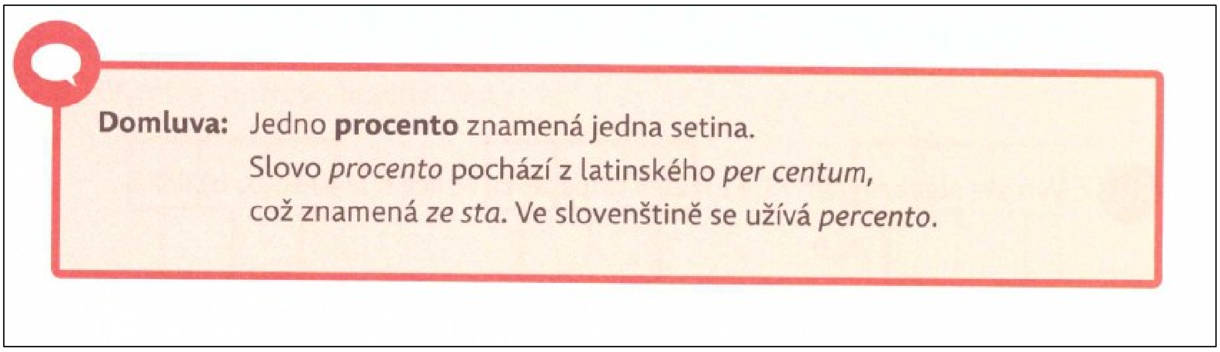
V učebnici jsou použity více než čtyři různé barvy a obrázky. Některé úlohy jsou provázané s historií.

[9] Zpracováno podle - http://www.h-mat.cz/sites/default/files/kestazeni/koncepce-rady.pdf
[10] Zpracováno podle - http://www.h-mat.cz/sites/default/files/kestazeni/koncepce-rady.pdf

K učebnicím byla vydána i příručka pro učitele a pracovní sešity.

Autoři učebnic na začátku tématu začínají úlohou z praxe nebo používají sérii úloh, které žáci řeší a pomocí nichž přicházejí na nové pravidlo, nové řešení nebo na nový pojem. Pro zavedení některých pojmů nebo pravidel, která jsou všeobecně platná a nedají se s žáky odvozovat, autoři používají tzv. domluvu (viz obrázek č. 30). Pomocí této domluvy se učitel s žáky „domluví“ na zapisování jistého pravidla nebo pojmu.

Obrázek č. 30: (Hejný, Šalom, Jirotková, Hanušová, Sukniak, Urbánek; 2015, s. 43)



Milan Hejný a kol. v učebnicích používají velkou řadu úloh, kde převládají úlohy nestandardní. V úlohách je použito několik typů modelů. Při zavádění desetinných čísel jsou použity jednotky délky, hmotnosti, objemu, modelu peněz a teploty. V učebnicích se neobjevuje pouze model úsečky, ale i model číselné osy.

Při práci s desetinnými čísly Hejný a kol. pracují s nestandardním prostředím, jako například s Pavučinou, se Součtovými trojúhelníky, Šipkovými grafy a se zlatými cihličkami (jedna maxicihla je složena z menších cihliček – žáci zaznamenávají hodnoty do tabulky).

Zlomky jsou stejně jako desetinná čísla procvičovány pomocí nestandardních úloh a modelů - koláč, čokoláda, model části celku, který je určován z více celků. Při výpočtu procent, procentové části a základu v učebnicích autoři nepoužívají vzorec na výpočet, ale vedou žáky k intuitivnímu řešení úloh (např. žáci vědí, že 50 % je polovina celku, dále intuitivně odvozují ostatní procenta).

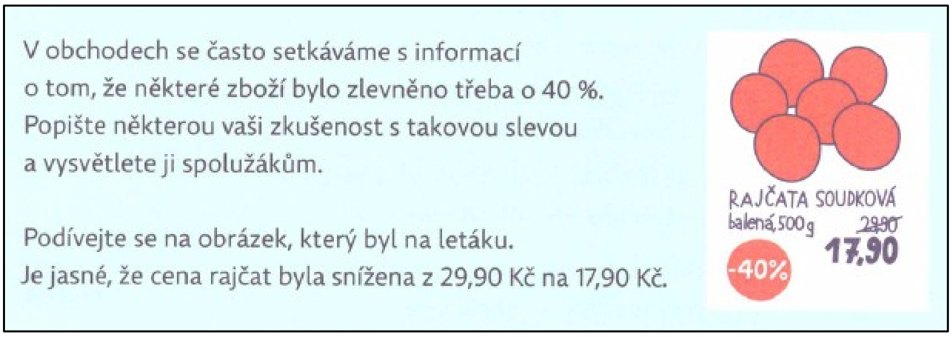
Vlastní názor na učebnice H-mat:

Celkově učebnice H-mat hodnotím pozitivně. Obsahují podle mého názoru dostatek motivačních prvků, úlohy standardní i nestandardní, úlohy různé obtížnosti, řadu modelů a obrázků. Při zavádění nového tématu i při procvičování autoři chtějí, aby nejvíce pracovali žáci – bádali, hledali možná řešení, diskutovali a spolupracovali ve skupinách.

Ukázky úloh týkající se celku a jeho části, které se v učebnicích objevují:

Pro názornost uvádím zavedení konkrétního tématu – procenta. V úvodu se objevuje motivační úloha (kde se žáci mohli setkat s procenty a zda umějí vysvětlit, co konkrétně procenta znamenají):

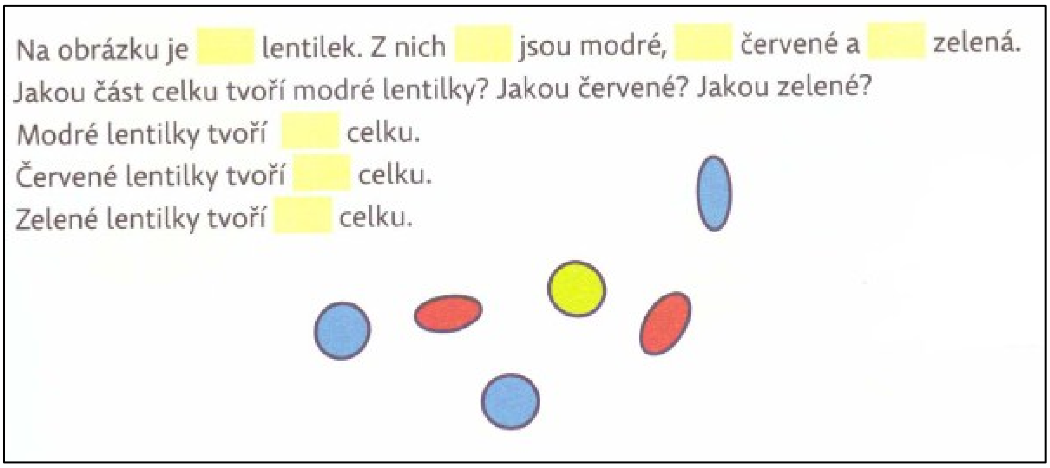
Obrázek č. 31: (Hejný, Šalom, Jirotková, Hanušová, Sukniak, Urbánek; 2015, s. 42)



Obrázek č. 31 znázorňuje úvodní úlohu, která nutí žáky se zamyslet nad procenty, se kterými se v běžném životě setkávají. Následuje série úloh týkající se procent a po úlohách je zaveden pojem. Podobným způsobem jsou zaváděny i ostatní témata Celku a jeho části.

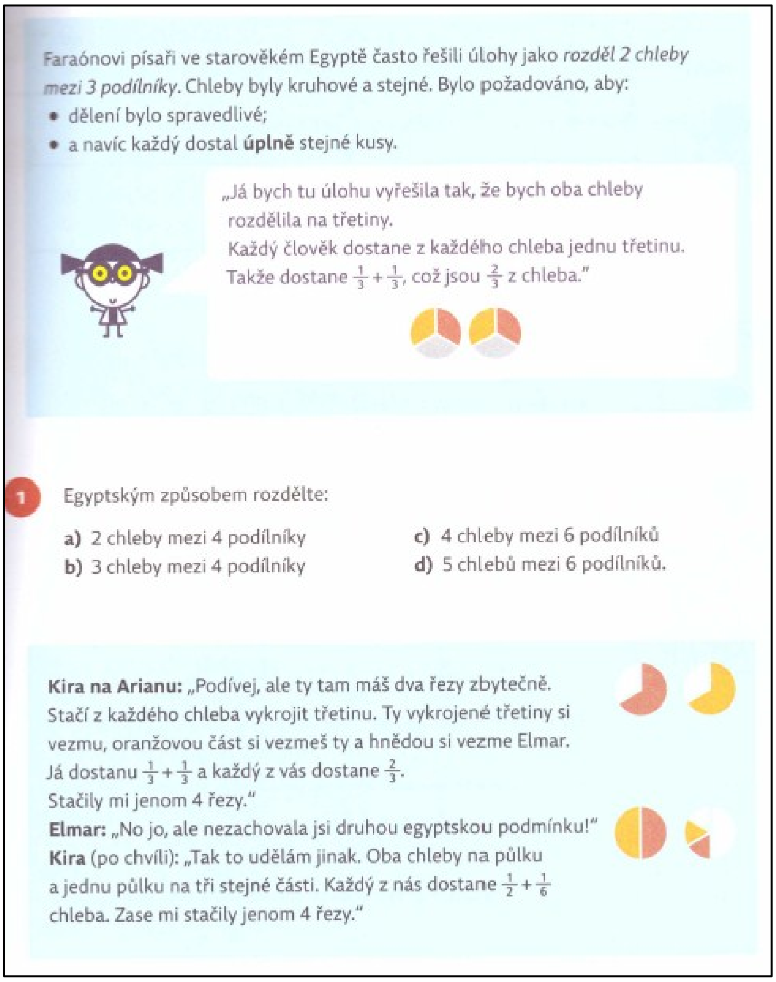
Dále uvádím několik nestandardních úloh, které se v učebnici objevují. Například úloha, kde je celek tvořen z více celků (viz obrázek č. 32).

Obrázek č. 32: (Hejný, Šalom, Jirotková, Hanušová, Sukniak, Bomerová, Urbánek; 2015, s. 9)



Dále se v učebnici objevuje tzv. „Egyptské dělení chlebů“. Hejný a kol. se inspirovali starověkým Egyptem, kde faraónovi písaři dělili například 2 chleby (chleby byly kruhové a stejné) mezi 3 podílníky tak, aby dělení bylo spravedlivé a každý z podílníků dostal stejný kus (nesměl být složený z více částí).

Obrázek č. 33: (Hejný, Šalom, Jirotková, Hanušová, Sukniak, Bomerová, Urbánek; 2015, s. 21)



Faraónovi písaři ve starověkém Egyptě často řešili úlohy jako *rozděl 2 chleby mezi 3 podílníky*. Chleby byly kruhové a stejné. Bylo požadováno, aby:

- dělení bylo spravedlivé;
- a navíc každý dostal **úplně** stejné kusy.

„Já bych tu úlohu vyřešila tak, že bych oba chleby rozdělila na třetiny.
Každý člověk dostane z každého chleba jednu třetinu.
Takže dostane $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$, což jsou $\frac{2}{3}$ z chleba."

1 Egyptským způsobem rozdělte:

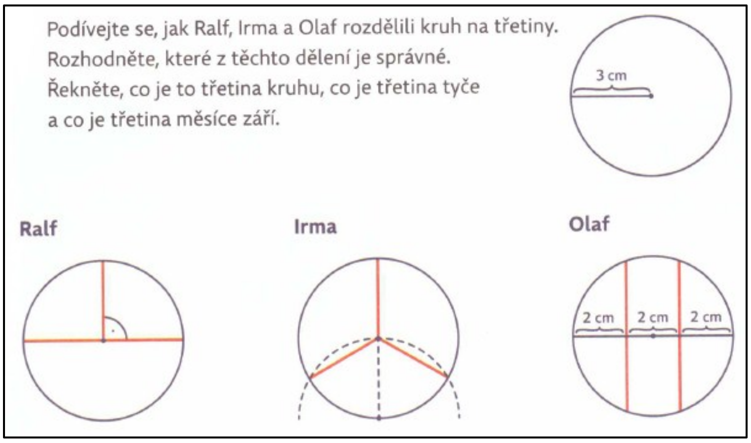
a) 2 chleby mezi 4 podílníky
b) 3 chleby mezi 4 podílníky
c) 4 chleby mezi 6 podílníků
d) 5 chlebů mezi 6 podílníků.

Kira na Arianu: „Podívej, ale ty tam máš dva řezy zbytečně. Stačí z každého chleba vykrojit třetinu. Ty vykrojené třetiny si vezmu, oranžovou část si vezmeš ty a hnědou si vezme Elmar. Já dostanu $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ a každý z vás dostane $\frac{2}{3}$. Stačily mi jenom 4 řezy."
Elmar: „No jo, ale nezachovala jsi druhou egyptskou podmínku!"
Kira (po chvíli): „Tak to udělám jinak. Oba chleby na půlku a jednu půlku na tři stejné části. Každý z nás dostane $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ chleba. Zase mi stačily jenom 4 řezy."

Pomocí tohoto dělení se žáci učí hned několik operací najednou. Postupně si všímají, že se princip stále opakuje, a učí se sčítat, rozšiřovat a krátit zlomky, aniž by učitel do výuky výrazně zasahoval. Podobné úlohy se v ostatních učebnicích pro základní školy nevyskytují.

Hejný a kol. celek předem nedělí na stejné části, ale zakreslí konkrétní celek (např. celek v podobě modelu koláče). Příkladem takové úlohy je uveden na obrázku č. 35, kde autoři používají i příklady řešení a žáci hledají argumenty, pomocí nichž vyřazují chybná řešení a hledají ta správná.

Obrázek č. 34: (Hejný, Šalom, Jirotková, Hanušová, Sukniak, Bomerová, Urbánek; 2015, s. 9)



Dále je v učebnicích použit model hodin a zlomková zeď.

3.2.5 Didaktická vybavenost učebnic

Didaktická vybavenost učebnic se měří podle metodiky popsané Průchou (1998) v několika krocích. Nejprve se v konkrétní učebnici zjišťuje výskyt jednotlivých strukturních komponentů. Zjištěné informace se zaznamenávají do standardního formuláře se základními údaji o učebnici (autor, rok a místo vydání, nakladatelství, počet stran aj.).

Pomocí těchto dat se stanovují koeficienty didaktické vybavenosti učebnic:

- „Dílčí koeficienty:
    - Koeficient využití aparátu prezentace učiva (E I),
    - Koeficient využití aparátu řídícího učení (E II),
    - Koeficient využití aparátu orientačního (E III),
    - Koeficient využití verbálních komponentů (E v),
    - Koeficient využití obrazových komponentů (E o).
- Celkový koeficient didaktické vybavenosti učebnic (E)“ (Průcha, 1998, s. 95)

Všechny koeficienty se stanovují jako procentuální podíl počtu skutečně využitých komponentů z počtu možných komponentů. (Průcha, 1998)

V celkovém koeficientu didaktické vybavenosti učebnic rozlišujeme celkem 36 komponentů. Při výpočtu koeficientu **E** vycházíme ze vzorce:

$$E = \frac{počet\ skutečně\ využitých\ komponentů}{36} \cdot 100$$

Posledním krokem je určení míry didaktické vybavenosti učebnic. Čím více se hodnota určitého koeficientu blíží horní hranici 100 %, tím je didaktická vybavenost vyšší. (Průcha, 1998)

V následujících tabulkách jsou uvedeny výsledky měření didaktické vybavenosti zkoumaných učebnic.

Tabulka č. 3: Didaktická vybavenost zkoumaných učebnic.

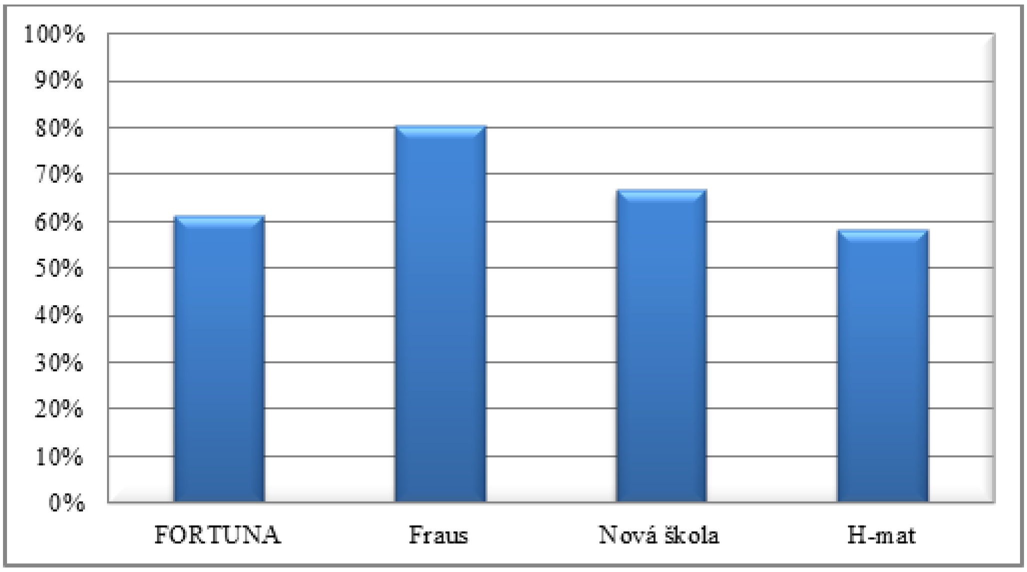
učebnice	**Matematika pro 6. – 7. ročník ZŠ**	**Matematika 6 - 8 Aritmetika**	**Matematika Desetinná čísla; Zlomky, poměr; Procenta, trojčlenka**	**Matematika Hejného metoda A - D**
autor	J. Coufalová a kol.	H. Binterová a kol.	M. Jedlička a kol.	M. Hejný a kol.
nakladatelství	Fortuna	Fraus	Nová škola	H-mat
Aparát prezentace učiva (E I)				
A. Verbální komponenty				
výkladový text prostý	1	1	1	1
výkladový text zpřehledněný	1	1	1	1
shrnutí učiva k celému ročníku	0	0	0	0
shrnutí učiva k tématu (kapitolám, lekcím)	0	1	0	0
shrnutí učiva k předchozímu ročníku	1	1	1	0
doplňující texty	0	1	0	0
poznámky a vysvětlivky	0	1	1	0
podtexty k vyobrazením	1	1	1	1
slovníčky pojmů, cizích slov aj. (s vysvětlením)	0	0	1	0
B. Obrazové komponenty				
umělecká ilustrace	1	1	1	1

nauková ilustrace	1	1	1	1
fotografie	0	1	0	0
mapy, kartogramy, plánky, diagramy aj.	1	1	1	1
obrazová prezentace barevná	1	1	1	1
Aparát řídící učení (E II)				
C. Verbaální komponenty				
předmluva	0	1	1	1
návod k práci s učebnicí	1	1	1	1
stimulace celková	0	1	0	1
stimulace detailní	1	1	1	1
odlišení úrovní učiva	1	1	1	1
otázky a úkoly za tématy, lekcemi	1	1	1	1
otázky a úkoly k celému ročníku	1	0	0	0
otázky a úkoly k předchozímu ročníku	1	0	1	0
ilustrace k úkolům komplexnější povahy	1	1	1	1
náměty pro mimoškolní činnost s využitím učiva	1	1	1	1
explicitní vyjádření cílů učení pro žáky	0	1	0	1
prostředky a/nebo instrukce k sebehodnocení pro žáky	0	0	0	0
výsledky úkolů a cvičení	1	1	1	0
odkazy na jiné zdroje informací	0	1	0	0
D. Obrazové komponenty				
grafické symboly vyznačují určité části textu	1	1	1	1
užití zvláštní barvy pro určité části verbálního textu	1	1	1	1
užití zvláštního písma pro určité části verbálního textu	1	1	1	1

využití přední nebo zadní obálky (předsádky)		0	0	0	0
Aparát orientační (E III)					
E. Verbální komponenty					
obsah učebnice		1	1	1	1
členění učebnice na tematické bloky, kapitoly, lekce aj.		1	1	1	1
marginálie, výhmaty, živá záhlaví aj.		0	1	0	0
rejstřík		0	0	0	0
celkem komponent z aparátu prezentace učiva	max. 14	8	12	10	7
celkem komponent z aparátu řídícího učení	max. 18	12	14	12	12
celkem komponent z aparátu orientačního	max. 4	2	3	2	2
celkem verbálních komponent	max. 27	15	21	17	14
celkem obrazových komponent	max. 9	7	8	7	7
celkem všech komponent	max. 36	22	29	24	21
koeficient využití aparátu prezentace	E I	57,14%	85,71%	71,43%	50,00%
koeficient využití aparátu řídícího učení	E II	66,67%	77,78%	66,67%	66,67%
koeficient využití aparátu orientačního	E III	50,00%	75,00%	50,00%	50,00%
koeficient využití verbálních komponent	E v	55,56%	77,78%	62,96%	51,85%
koeficient využití obrazových komponent	E o	77,78%	88,89%	77,78%	77,78%
celkový koeficient didaktické vybavenosti učebnice	E	**61,11%**	**80,56%**	**66,67%**	**58,33%**

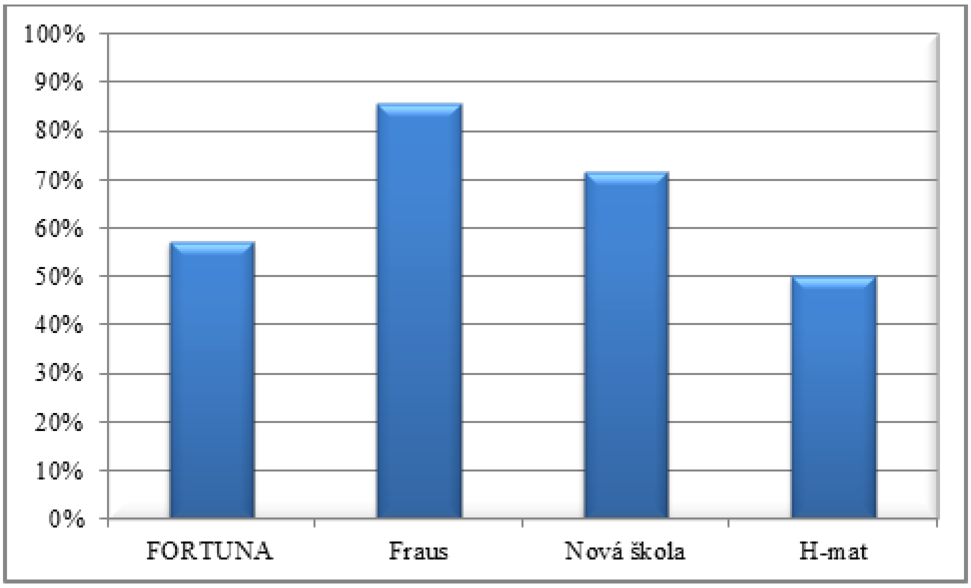
Jednotlivé koeficienty analyzovaných učebnic pro názornost porovnávám v následujícím grafu (viz graf č. 1).

Graf č. 1: Celkový koeficient didaktické vybavenosti učebnic



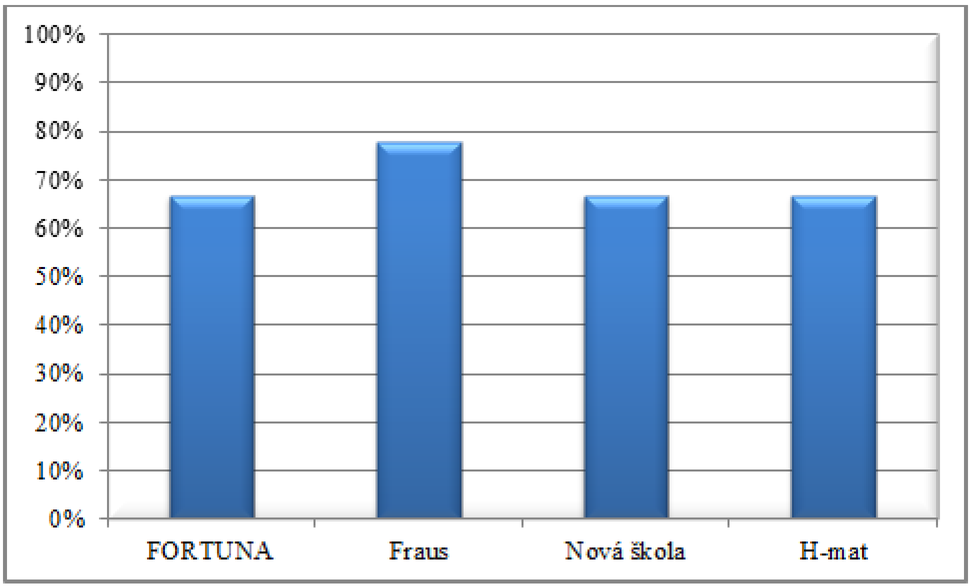
Z grafu č. 1 znázorňující hodnoty celkového koeficientu didaktické vybavenosti učebnic, lze vyčíst, že nejvyšších hodnot 80,6 % dosahují učebnice Fraus. Dále učebnice Nová škola dosahují hodnoty 66,7 %, učebnice Fortuna hodnoty 61,1 % a učebnice H-mat dosahují hodnoty 58,3 %. Všechny uvedené učebnice jsou dostatečně didakticky vybaveny, pokud bereme jako ideální hodnou 100 %. Následující grafy ukazují hodnoty jednotlivých koeficientů, kde jsou vidět lépe rozdíly mezi jednotlivými učebnicemi.

Graf č. 2: Koeficient využití aparátu prezentace



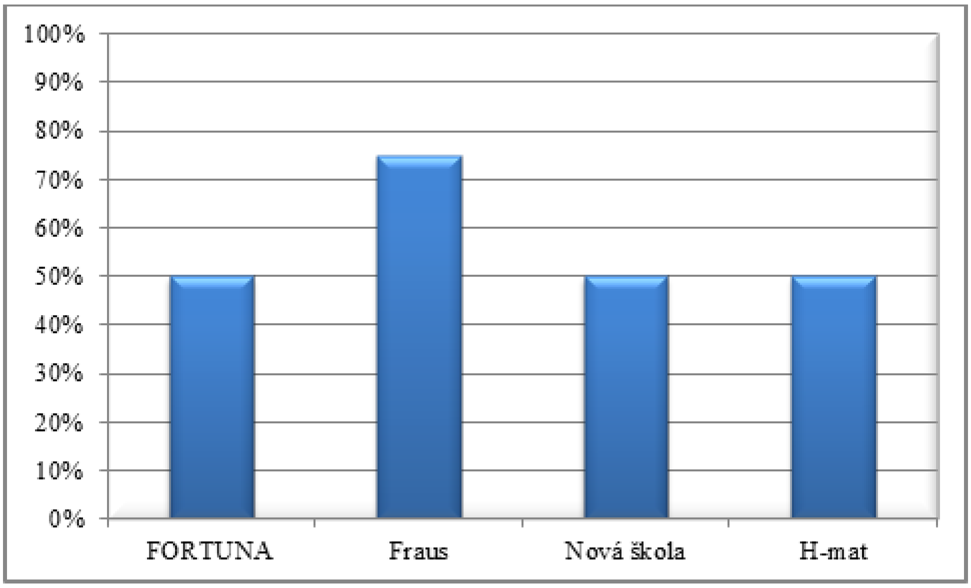
V grafu č. 2 jsou znázorněny hodnoty koeficientu využití aparátu prezentace. Tento koeficient ukazuje, jakým způsobem je v jednotlivých učebnicích prezentováno učivo, které obsahují. Učebnice H-mat je podle výsledků nejhůře vybavena, co se týče prezentace učiva. Pokud projdeme jednotlivé komponenty tohoto koeficientu, zjistíme, že některé komponenty jsou zaměřené na shrnutí učiva a na poznámky či vysvětlivky. Učebnice H-mat je neobvyklá tím, že jednotlivé učebnice nejsou strukturovány do ročníků, ale obsahují tematické bloky učiva. Z tohoto důvodu neobsahují shrnutí učiva celého ročníku ani kapitol. Nejlépe vybavená učebnice, co se týče prezentace učiva, je učebnice Fraus.

Graf č. 3: Koeficient využití aparátu řídícího učení



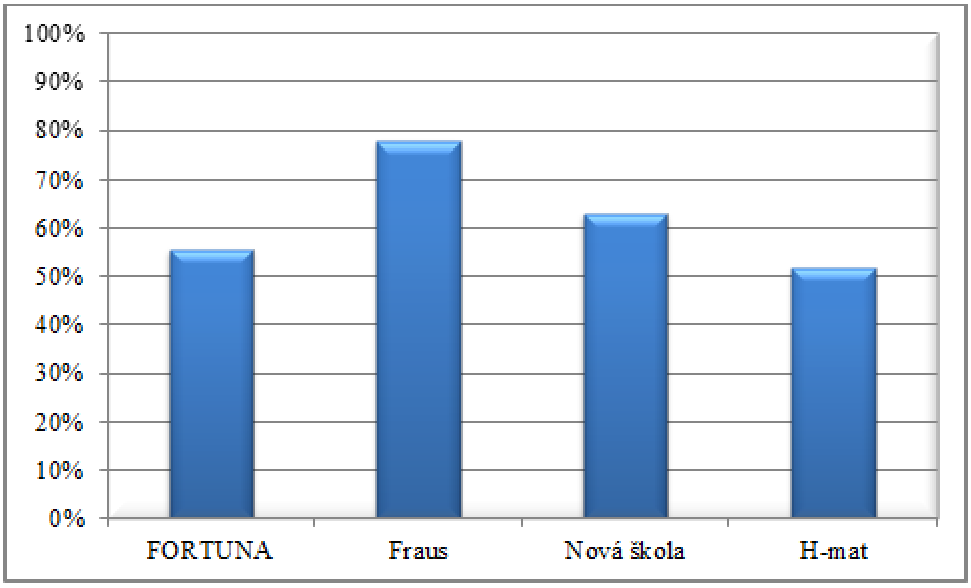
V grafu č. 3 jsou znázorněny hodnoty koeficientu využití aparátu řídícího učení. Nejvyšších hodnot nabývají učebnice Fraus. Ostatní učebnice dosahovaly stejných hodnot přes 66 %, což znamená, že všechny učebnice jsou dostatečně vybaveny tímto aparátem.

Graf č. 4: Koeficient využití aparátu orientačního



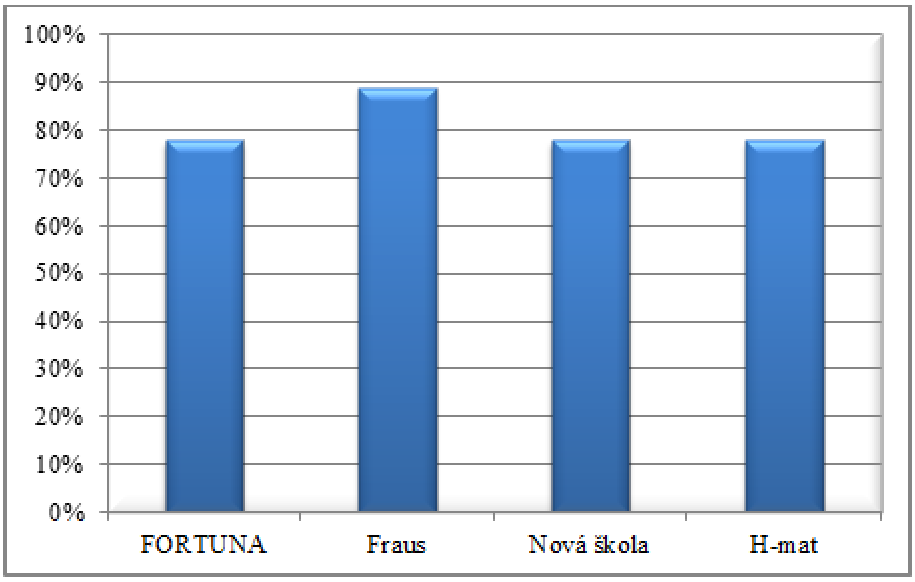
V grafu č. 4 jsou znázorněny hodnoty koeficientu využití aparátu orientačního. U tohoto aparátu jsou určovány pouze čtyři komponenty. Z tohoto důvodu jsou výsledky jednotlivých učebnic podobné. Zkoumané učebnice, mimo učebnice Fraus, nabývají hodnot 50 %. Hodnota 50 % se pohybuje na hranici mezi dostatečně didakticky vybavenými učebnicemi a učebnicemi, které nejsou dostatečně vybaveny. V tomto případě těmto učebnicím chybějí dva komponenty – rejstřík a živá záhlaví, marginálie aj.

Graf č. 5: Koeficient využití verbálních komponent



V grafu č. 5 jsou znázorněny hodnoty koeficientu verbálních komponent, tzn. využití verbálních komponentů v prezentaci učiva, v aparátu řídícím učení a v aparátu orientačním. Učebnice Fraus svou hodnotou nad 70 % je nejlépe vybavenou učebnicí vzhledem k verbálním komponentům. Ostatní učebnice přesahují hodnotu 50 %.

Graf č. 6: Koeficient využití obrazových komponent



V grafu č. 6 jsou znázorněny hodnoty koeficientu obrazových komponent, tzn. využití obrazových komponentů v prezentaci učiva, v aparátu řídícím učení a v aparátu orientačním. Všechny zkoumané učebnice jsou dostatečně vybaveny, co se týče obrazových komponent.

Nejvyšších hodnot dosahuje učebnice Fraus, a to 89 %. Ostatní učebnice jsou svými hodnotami stejně vybaveny obrazovými komponenty.

3.2.6 Shrnutí didaktické vybavenosti učebnic

Z celkové analýzy vyplývá, že všechny zkoumané učebnice jsou dostatečně didakticky vybaveny. Z analýzy didaktické vybavenosti můžeme zjistit, zda učebnice obsahuje dostatečné množství obrazových a verbálních komponent. Pokud například učebnice není dostatečně vybavena obrazovými komponenty, může být pro žáky nezajímavá a tím méně motivující. Ze zjištěných dat vyplynulo, že nejlépe vybavenou učebnicí je učebnice Fraus. Naopak nejméně vybavenou učebnicí je učebnice H-mat.

Metoda určování didaktické vybavenosti učebnic podle Průchy je zaměřena na dílčí komponenty, které by podle Průchy měla učebnice obsahovat. Učebnice H-mat se od ostatních učebnic liší tím, že jednotlivé učebnice nejsou děleny do ročníků ani do jednotlivých témat. Obsahuje tematické celky, které se střídají. Z tohoto důvodu učebnice neobsahuje žádná shrnutí za celkový ročník, za kapitolou nebo shrnutí učiva z předešlého ročníku, vysvětlivky nebo popisy ani řešené úlohy apod. Učebnice H-mat jsou tvořené tak, aby vyhovovaly výuce podle Hejného metody. Cílem Hejného metoda je, aby žáci sami objevovali svět matematiky, sami tvořili svá řešení, popřípadě sami tvořili shrnutí a možné závěry. Proto si myslím, že podobné měření se na učebnice jako H-mat nehodí a měření nemůže být směrodatné.

3.3 Charakteristika základních škol a respondentů

Výzkum byl záměrně směřován k učitelům matematiky s různými metodami výuky. Základní informace týkající se učitelů U1, U2, U3 shrnuji v tabulce č. 4.

Tabulka č. 4: Charakteristika učitelů

Zkratka učitele	věk	délka učitelské praxe	Metoda výuky	Používané učebnice (nakladatelství)		
				Při přípravě na vyučování	Ve vlastní výuce	Při zadávání domácí práce
U1	64	36 let	Převážně transmisivní přístup	Nová škola	Nová škola	Nová škola
U2	27	4 roky	Převážně konstruktivistický přístup	Fraus	Fraus a Fortuna	Fortuna
U3	34	5 let	Hejného metoda	H-mat	H-mat	H-mat

Dále bylo v praktické části použito testové šetření u žáků 8. a 9. ročníků. Respondentů, kteří vyplnili test, bylo celkem 87, z toho 27 žáků učitele U1, 37 žáků učitele U2 a 23 žáků učitele U3.

V tabulce č. 5 jsou respondenti rozděleni podle věku a pohlaví.

Tabulka č. 5: Rozdělení respondentů

Pohlaví	věk	U1	U2	U3
DÍVKA	13	3	8	3
	14	4	9	6
	15	5	3	3
CHLAPEC	13	3	5	2
	14	6	7	5
	15	6	5	4

3.4 Rozhovor

Rozhovor (viz příloha č. 1) byl veden s učiteli matematiky ze základní školy, kteří učí na 2. stupni. Cílem rozhovorů vedených s vybranými učiteli bylo zjistit:

- jaké metody výuky učitelé v hodinách matematiky používají,
- s jakými materiály při výuce pracují (učebnicemi, pomůcky, jiné materiály),
- zda mají dostatek času na probrání a dostatečné procvičení tématu Celek a jeho část,
- jakým způsobem zavádějí s žáky téma Celek a jeho část, jaké modely používají při samotném zavádění, jak dané téma procvičují, kde žáci v tomto tématu nejvíce chybují, co jim činí problémy.

Struktura rozhovoru se skládá z jednotlivých bodů:

- *1. Charakteristika učitele* (pohlaví, věk, vzdělání, délka učitelské praxe, ročníky, které učitel vyučuje a vyučované předměty)
- *2. Obecné otázky:*
    - Kolik vyučovacích hodin matematiky týdně probíhá na Vaší škole v jednotlivých ročnících?
    - V jakém ročníku se žáci Vaší školy poprvé setkávají s tématem Celek a jeho část? Ve kterých ročnících se toto téma dále vyučuje?
    - Pracujete při výuce matematiky s učebnicemi? Jaké učebnice nejčastěji používáte?
    - Používáte v hodinách i jiné pomůcky (jako například pracovní listy, interaktivní tabuli, různé modely apod.? A jaké?
    - Jaké metody výuky v hodinách matematiky používáte?
    - Pracují vaši žáci v hodinách ve skupinách nebo převážně samostatně?
    - Využíváte ve své výuce nějaké metody, při nichž žáci řeší daný problém hledáním různých strategií při jeho řešení?
    - Máte dostatek času na probrání a dostatečné procvičení tématu Celek a jeho část? Pokud ne proč?
    - Je něco, co ve své výuce postrádáte? Co by Vám nebo žákům pomohlo?

- *3. Konkrétnější otázky výuky Celku a jeho části (Zlomky, Desetinná čísla, Procenta a Poměr):*
    - Jak zavádíte s žáky nové téma?
    - Jaké modely při zavádění daného tématu používáte?
    - Jak dané téma následně procvičujete?
    - Jaké modely používáte při procvičování daného tématu?
    - Kde podle Vás mají žáci největší problémy, kde nejčastěji chybují?

Rozhovor 1, učitel U1

Jednalo se o rozhovor s učitelem ve věku 64 let, jehož učitelská praxe činila 36 let na základní škole. Kromě matematiky učitel U1 vyučuje také fyziku. Učitel uvedl, že při své praxi vyučoval všechny ročníky na 2. stupni, díky tomu má přehled o tom, kdy a jak se žáci učí téma Celek a jeho část.

Učitel ve své výuce používá převážně transmisivní přístup – žákům je učivo předkládáno pomocí výkladu, ti pracují spíše samostatně, občas i ve skupinách, novou látku si zapisují do sešitu, poté si ji společně procvičují. Při přípravě na hodinu, ve vyučování i při zadávání domácí práce používá učitel U1 učebnice i pracovní listy z nakladatelství Nová škola. Jakým způsobem učitel U1 zavádí nové téma, jaké používá modely a jak dané téma s žáky následně procvičuje, je popsáno v tabulce č. 6.

Tabulka č. 6: Konkrétní otázky k Celku a jeho části, učitel U1

	Desetinná čísla	**Zlomky**	**Procenta**	**Poměr**
Způsob zavádění	Záleží na třídě a na tom, jakým způsobem byli žáci vyučováni na prvním stupni. Z počátku zjištění, co žáci umí, poté dochází k rozšíření učiva.	Podobně jako desetinná čísla.	Přes 1 % (setina z celku). Celek tvoří 100 %. Hledání souvislostí mezi procenty, zlomky a desetinnými čísly - převod mezi nimi.	Pomocí vztahu mezi dvěma veličinami. Například: domácí : hosté → Sparta : Olomouc = 3 : 1 (poměr gólů). Měřítko mapy a plánu. Poměry hmotností apod.

Nejčastěji používané modely při zavádění	Číselná osa, měření délky, převody jednotek, finance.	Zlomkovnice (kruhová), dělení geometrických tvarů (čtverce, obdélníku, kruhu, …)	Přes obsah - 1 dm^2 = 100 cm^2 → 1/100 → 1 % z dm^2 je 1 cm^2. Zlomkovnice - 1/2 je 50 %, 3/4 je 75 % atd.	Různé reálné situace ze života. (používané zmenšeniny - mapy, glóbus aj,)
Způsob procvičování	Počítání dostatečného množství příkladů a úloh. Používání praktických a zajímavých úloh a rébusů. Na začátku hodiny rozcvička (nácvik pamětního počítání).	Na základě vědomostí a dovedností žáků z nižších ročníků. Klasické procvičování: hledání společného jmenovatele, operace se zlomky (+, -, ·, :).	Na základě slovních úloh pro výpočet procentové části, základu a počtu procent - č, z, p)	Konkrétní příklady - dělení v daném poměru. Procvičování úsudku a pamětního počítání.
Nejčastěji používané modely při procvičování	Dělení celku na části. Používání geometrických modelů. Finanční ukázky a modelové situace.	Podobně jako u desetinných čísel. Dále pak ukázka použití například v hudební výchově - noty (půlová, čtvrťová atd.)	Příklady z praxe. Zboží bylo zlevněno, zdraženo, výpočet daně aj. Stanovení nové ceny, původní ceny, počet procent.	Skupinové práce - žáci mohou sestavit jednoduché úlohy pro své spolužáky. Individuální procvičování s pracovními sešity.
Nejčastější chyby, kterých se žáci dopouštějí	Chyby v numerice - sčítání přes 10. Při násobení desetinných čísel, dělení (špatný odhad při určování podílu, určení desetinných míst ve výsledku apod.)	Při úpravě zlomků na společného jmenovatele (jmenovatele i čitatele sčítají). Při krácení zlomků. Přednost matematických operací - neberou v potaz. Problémy s pochopením slovních úloh.	V úsudku, v přečtení a pochopení zadání, při rozboru zadání a určení správného způsobu řešení. Žáci chybují v numerice, mají velmi nízké tempo, nestíhají řešení dalších úloh.	Při dělení čísla v daném poměru. Převedení poměru do základního tvaru.

Z odpovědí učitele U1 je patrné, že ve výuce používá při zavádění nového tématu úlohy z běžného života. Nejprve se zajímá o to, co žáci znají z nižších ročníků a na jejich dosavadní znalosti navazuje novou látkou. Výuka začíná výkladem učiva a následně je učivo procvičováno. Učitel U1 velice často zmiňoval, že je potřeba dané téma v dostatečné míře procvičit, aby se žákům „vrylo“ do paměti.

Rozhovor 2, učitel U2

Druhý rozhovor probíhal s učitelem ve věku 27 let s čtyřletou praxí na základní škole. Učitel kromě matematiky učí také informatiku a tělocvik. Za dobu své praxe vyučoval všechny ročníky na 2. stupni a má přehled o tom, co se v jednotlivých ročnících vyučuje. Učitel U2 ve vyučování používá převážně konstruktivistický přístup. Při zavádění nového tématu se učitel snaží žákům zadávat úlohy, při kterých žáci řeší nějaký problém. Většinou pracují ve skupinách, kde diskutují a tvoří hypotézy. Nakonec probíhá společná diskuze nad daným tématem. Při procvičování žáci pracují samostatně, popřípadě ve skupinách. Učitel také uvedl, že pokud nejsou žáci schopni si na dané pravidlo přijít sami, je jim toto pravidlo sděleno.

Ve vyučování učitel U2 používá učebnici v elektronické podobě z nakladatelství Fraus na interaktivní tabuli, žáci tuto učebnici nemají. Učitel jí používá ve výuce, při odvozování, procvičování apod. Žáci mají k dispozici učebnice Fortuna, tyto učebnice učitel v samotné výuce nerad používá. Je to z toho důvodu, že tyto učebnice obsahují velké množství pouček, definic, vzorců a příkladů. Není možno s touto učebnicí odvozovat nové téma, pouze ho procvičit. Z učebnic Fortuna učitel zadává domácí práci nebo úlohy žákům na procvičování. Způsob zavádění nového tématu, používání modelů při vyučování tématu Celek a jeho část a chyby, kterých se žáci u tohoto tématu dopouštějí, je shrnuto v tabulce č. 7.

Tabulka č. 7: Konkrétní otázky k Celku a jeho části, učitel U2

	Desetinná čísla	**Zlomky**	**Procenta**	**Poměr**
Způsob zavádění	Z počátku učitel zjišťuje dosavadní znalosti žáků, poté dochází k prohloubení učiva. Žáci dále řeší úlohy, rébusy, a hledají pravidla pro počítání s desetinnými čísly.	Podobně jako u desetinných čísel, učitel zjišťuje dosavadní znalosti, na které následně navazuje.	Z počátku se učitel zajímá o to, co si žáci představí pod pojmem procento, zda se s procenty již setkali ve svém životě. Poté zadává řadu úloh a společně odvozují nějaké pravidlo.	Z počátku učitel zjišťuje, co žáci vědí o poměru, zda se s ním již někde setkali. Často uvádějí sport (utkání týmů), domácnost (při vaření - smíchání mouky a cukru v poměru 3 : 1). Dále s žáky dané téma prohlubuje.
Nejčastěji používané modely při zavádění	Model peněz, měření délek (učebny, lavice, učebnice, výšky žáků apod.), měření teploty, práce s objemem (přelívání z nádob do jiných nádob - určování objemu, rozdílu aj.), číselná osa (stupnice, měřidla).	Koláče, čokolády, model třídy (dělení žáků na půl atd.), překládání papíru, tělesa (krychle tvořená z menších krychliček), tangram.	Přes ceny různých výrobků, přes obsahy a objemy. Hledání souvislostí mezi desetinnými čísly, zlomky a procenty.	Úlohy z praxe (sport, smíchání směsí, porovnávání dvou veličin apod.), Porovnávání různých útvarů nebo těles - délek, obsahů a objemů.
Způsob procvičování	Procvičování standardních úloh z učebnice Fortuna. Procvičování i úloh nestandardních a řešení slovních úloh. Žáci sami zadávají úlohy a následně je společně řeší.	Podobně jako u desetinných čísel. Žáci hledají souvislosti mezi desetinnými čísly a zlomky. Matematické hry - práce s tangramy, s kartičkami apod.	Různé úlohy, standardní i nestandardní.	Na konkrétních příkladech z praxe.
Nejčastěji používané modely při procvičování	Číselná osa, převody jednotek, kurzy měn.	Číselná osa, převody jednotek, tangram, práce s tělesy, s obsahem a objemem.	Příklady z praxe. Počítání s obsahy a objemy. Určování části celku jako u desetinných čísel a zlomků (žáci vidí i	Porovnávání podobných útvarů, těles. Měřítko plánu a mapy.

			jiné vyjádření a všímají si společných rysů).	
Nejčastější chyby, kterých se žáci dopouštějí	Žáci nejčastěji chybují při operacích s desetinnými čísly, např. u sčítání – 2,05 + 1,2 = 3,7; násobení – 0,1 · 0,1 = 0,1 aj. Při převádění jednotek. Je dobré, aby žáci měli předměty v ruce - např. 1 m má 10 dm, tak žáci drží metr a počítají kolik decimetrů se do 1 metru vejde - chybovost je pak menší.	Při operacích, hledání společného jmenovatele, rozšiřování, krácení. Občas někteří žáci nevidí souvislosti mezi desetinnými čísly a zlomky. Například 0,5 si složitě počítají, než dojdou ke zlomku 1/2.	V pochopení slovních úloh, co mají vlastně spočítat. Vyjádření procent pomocí zlomků nebo desetinných čísel.	Při dělení čísla v daném poměru.

Učitel U2 na závěr uvedl, že má občas problém motivovat žáky k tomu, aby sami rádi objevovali a chtěli se sami něčemu naučit.

Rozhovor 3, učitel U3

Učitel U3 má pětiletou praxi na základní škole. Na základní škole kromě matematiky vyučuje také informatiku. Po dobu učitelské praxe vyučoval matematiku ve všech ročnících na 2. stupni a díky tomu má přehled o tom, co se v daných ročnících vyučuje. Učitel U3 učí podle Hejného metody – základem této metody je, aby dítě samo a s radostí objevovalo matematiku.

V Hejného metodě není obsah členěn do jednotlivých izolovaných témat, jako je tomu v běžném vyučování, ale daná témata se navzájem prolínají. Například zlomky jsou ve školách vyučovány v 7. ročníku, dále se pak na toto téma navazuje v rovnicích, v lomených výrazech apod. V případě Hejného metody se zlomky objevují ve všech ročnících a postupně je téma rozšiřováno.

Učitel U3 používá učebnice určené k Hejného metodě, dále používá geoboardy, pěnové zlomky, zlomkovou zeď, krokovací šipky, krokovací pás, dřevěné kostky aj. Pomůcky jsou pro učitele zásadní, žáci s nimi mohou manipulovat.

Jakým způsobem učitel U3 zavádí nové téma, jaké modely při vyučování tématu Celek a jeho část používá a jakých chyb se jeho žáci dopouštějí, je shrnuto v tabulce č. 8.

Tabulka č. 8:Konkrétní otázky k Celku a jeho části, učitel U3.

	Desetinná čísla	**Zlomky**	**Procenta**	**Poměr**
Způsob zavádění	Postupně. Z počátku učitel staví na životních zkušenostech žáků (kde se desetinná čísla vyskytují v životních situacích - měření výšky, měření časů sportovců, počítání s drobnými - eura-centy aj.)	Postupně, zlomky by měli žáci znát z 1. stupně. Zlomky jsou již v první třídě (origami, slovní úlohy, úlohy na komplement aj.) Důležitá je manipulace, aby žáci získávali představy o zlomcích ve vztahu s každodenním životem.	Přes životní situace - slevy. Přes známá procenta (100 %, 50 %). Pomocí gradovaných úloh.	Stejné jako u zlomků, desetinných čísel a procent. Poměr souvisí s ostatními tématy.
Nejčastěji používané modely při zavádění	Například metr (s centimetry).	Zlomková zeď, čokoláda, hodiny, tyčový model, nejběžnější kruhový model.	Nejčastěji pomocí slev, grafické znázornění (šrafované části).	Tyče, slovní úlohy z praxe.
Způsob procvičování	Pracovní listy nebo učebnice, případně jiný materiál (TIMMS).	Úlohy z učebnice nebo pracovní listy.	Podobně jako u zlomků a desetinných čísel.	Podobně jako u zlomků, desetinných čísel a procent.
Nejčastěji používané modely při procvičování	Stejné modely jako při zavádění.	Stejné modely jako při zavádění.	Stejné modely jako při zavádění.	Stejné modely jako při zavádění.

Nejčastější chyby, kterých se žáci dopouštějí	Chybují tam, kde jim chybí představy a učí se pomocí nacvičených algoritmů, které zapomínají.	Chybují tam, kde jim chybí představy a učí se pomocí nacvičených algoritmů, které zapomínají.	Chybují tam, kde jim chybí představy a učí se pomocí nacvičených algoritmů, které zapomínají. Například hledání souvislostí mezi desetinnými čísly, zlomky a procenty.	Chybují tam, kde jim chybí představy a učí se pomocí nacvičených algoritmů, které zapomínají.

Učitel U3 podobně jako učitel U2 má problém s motivací žáků na 2. stupni: „V ideálním prostředí by žáci sami měli chtít matematiku umět, hledat její krásu. Co si budeme povídat, realita je často jiná, proto bývá vztah k matematice takový.“

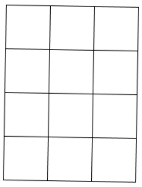
3.5 Testové šetření

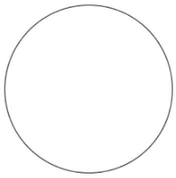
Test byl zadáván žákům z 8. a 9. ročníků na základní škole. Obsahoval úlohy standardní i nestandardní, úlohy z jednotné přijímací zkoušky na SŠ, kterou zajišťuje Centrum pro zjišťování výsledků „CERMAT“, z úloh od M. Tiché, D. Jirotkové a M. Hejného a úlohy z vlastní tvorby. Na vyplnění testu měli žáci k dispozici jednu vyučovací hodinu. Někteří žáci měli test hotov po 30 minutách, některým stanovený čas nestačil. Ke každé úloze byl nakonec sestaven graf, který znázorňuje správné i chybné odpovědi žáků.

Testové úlohy:

Úloha č. 1: Vyšrafuj následující části znázorněného celku.

a) jednu čtvrtinu **b) pět šestin**

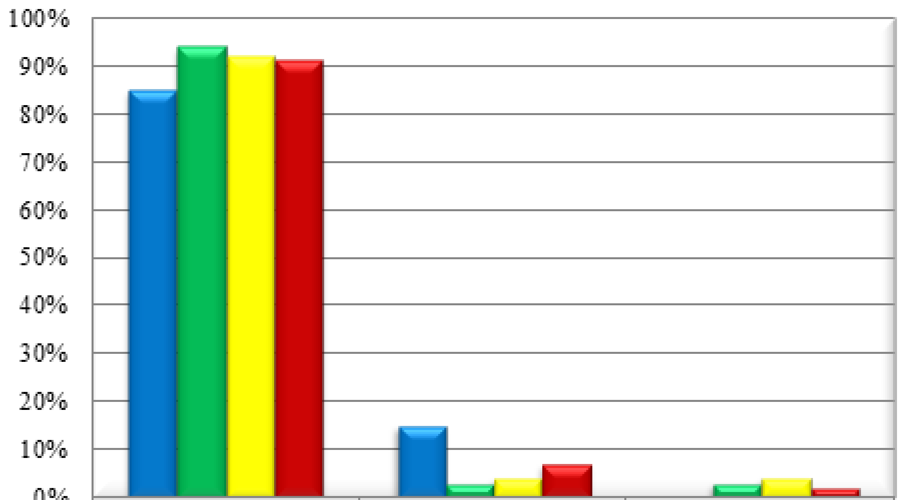




Danou úlohu jsem cíleně rozdělila na dvě části. V bodě a) se jedná o standardně zadávanou úlohu, kde žáci mají celek rozdělen na stejně velké části. V bodě b) si celek musejí rozdělit sami, jedná se o méně typickou úlohu.

Následující graf znázorňuje správné a chybné odpovědi žáků 8. a 9. ročníků v úloze č 1 a).

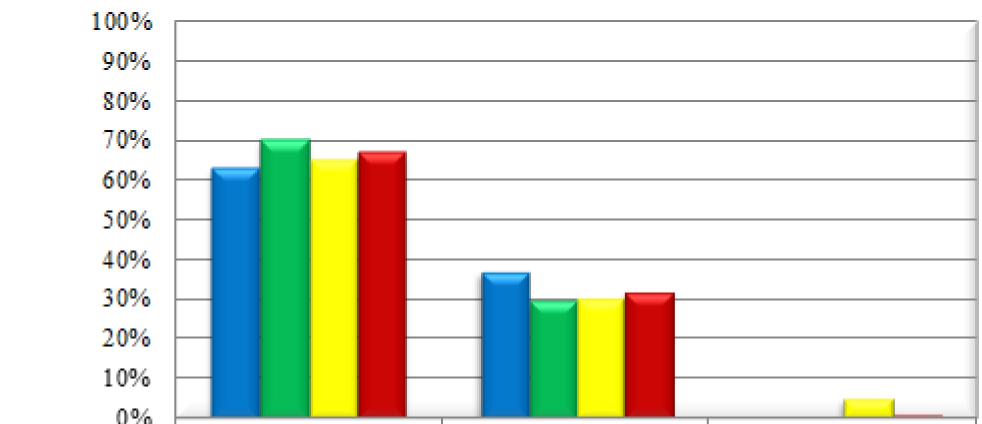
Graf č. 7: Úloha č. 1 a)



	Správné řešení	Chybné řešení	Bez řešení
U1	85%	15%	0%
U2	94%	3%	3%
U3	92%	4%	4%
Všichni žáci	91%	7%	2%

Z grafu č. 7 je patrné, že žákům podobný typ úlohy nečiní problémy. Více než 90 % respondentů (79 z 87) zvolilo správný postup řešení. Pouhých 6 % žáků naopak určilo chybně část z daného celku. V porovnání mezi žáky jednotlivých škol byli nejúspěšnější žáci učitele U2. Žáci učitele U1 byli svými výsledky pod průměrem z celkových výsledků žáků. Naopak vyšší procento žáků 4 z 23 (17 %), kteří volili špatný postup řešení, bylo u učitele U1.

Graf č. 8: Úloha č. 1 b)

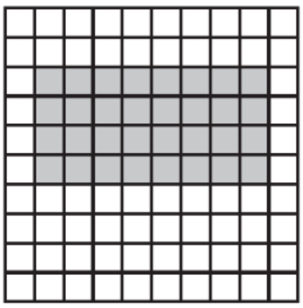


	Správné řešení	Chybné řešení	Bez řešení
U1	63%	37%	0%
U2	70%	30%	0%
U3	65%	30%	5%
Všichni žáci	67%	32%	1%

Výsledky řešení úlohy č. 1 b) byly horší než výsledky úlohy č. 1 a). Celkem 58 z 87 žáků (67 %) dospěli ke správnému řešení, což jsou přibližně o 23 % horší výsledky, než při řešení úlohy č. 1 a). 32 % (28 z 87) žáků znázornilo chybně část celku. Nejlepších výsledků dosahovali žáci učitele U2, nejhorších žáci učitele U1.

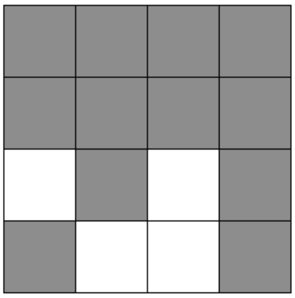
Úloha č. 2: Zapiš zlomkem v základním tvaru, desetinným číslem i pomocí procent, jaká část obrazce, uvedeného na následujících obrázcích je vybarvena.

a)



zlomek	desetinné číslo	procenta

b)



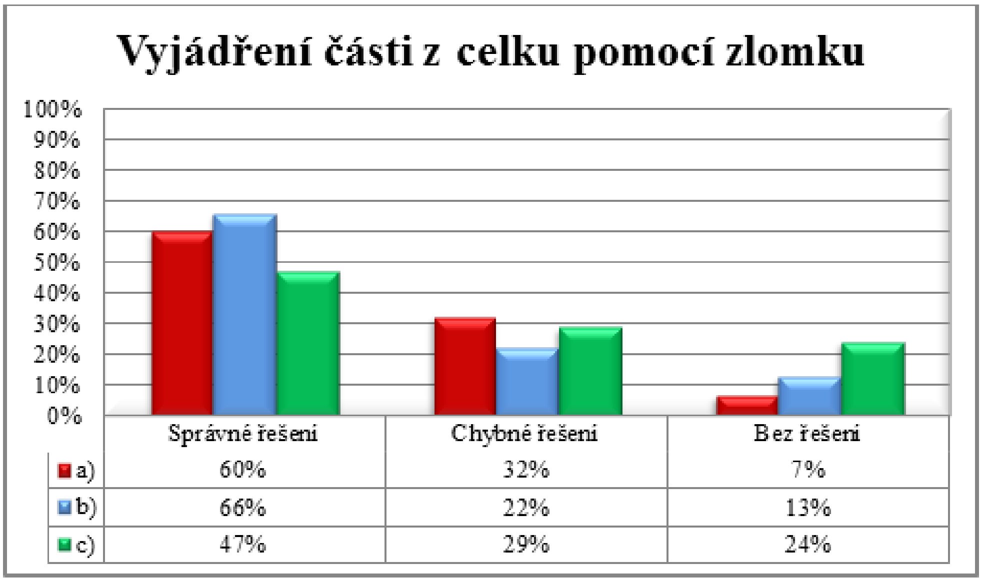
zlomek	desetinné číslo	procenta

c)

zlomek	desetinné číslo	procenta

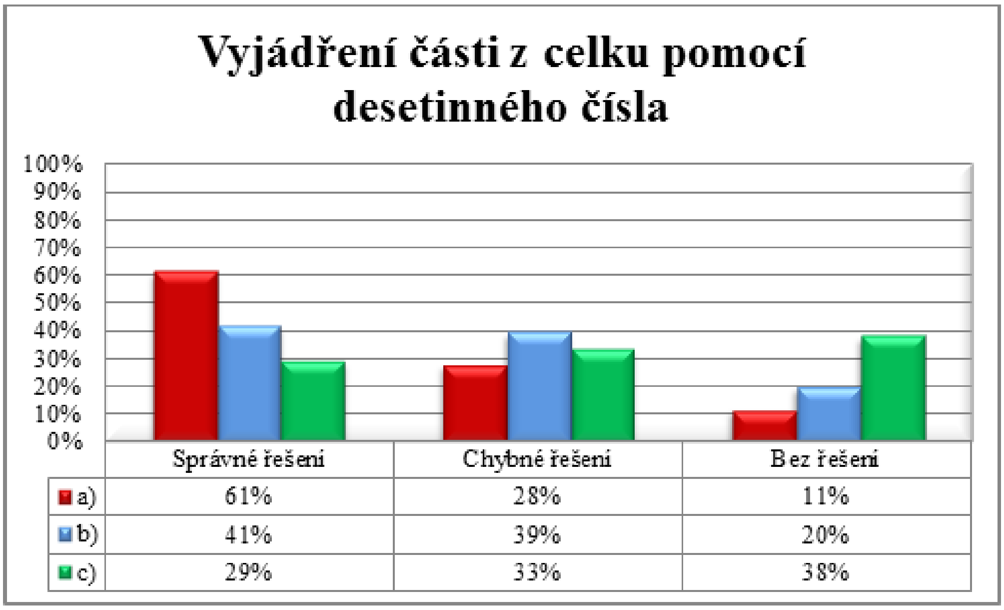
Úloha č. 2 byla podobně jako úloha č. 1 dělena na jednotlivé případy. V jednotlivých zadáních měli žáci určit část z celku pomocí zlomku, desetinného čísla a procenta. V bodě a) a b) je celek dělen na stejné dílky, jedná se o standardní úlohy. Na žácích je, aby počet vybarvených dílků spočítali a určili, jak velkou část z celku vybarvené dílky zaujímají. Případ v bodě c) se od ostatních zadání liší tím, že není dělen na stejné dílky a část celku se určuje obtížněji, v tomto případě se jedná o nestandardní úlohu.

Graf č. 9: Úloha č. 2 – Vyjádření části celku pomocí zlomku



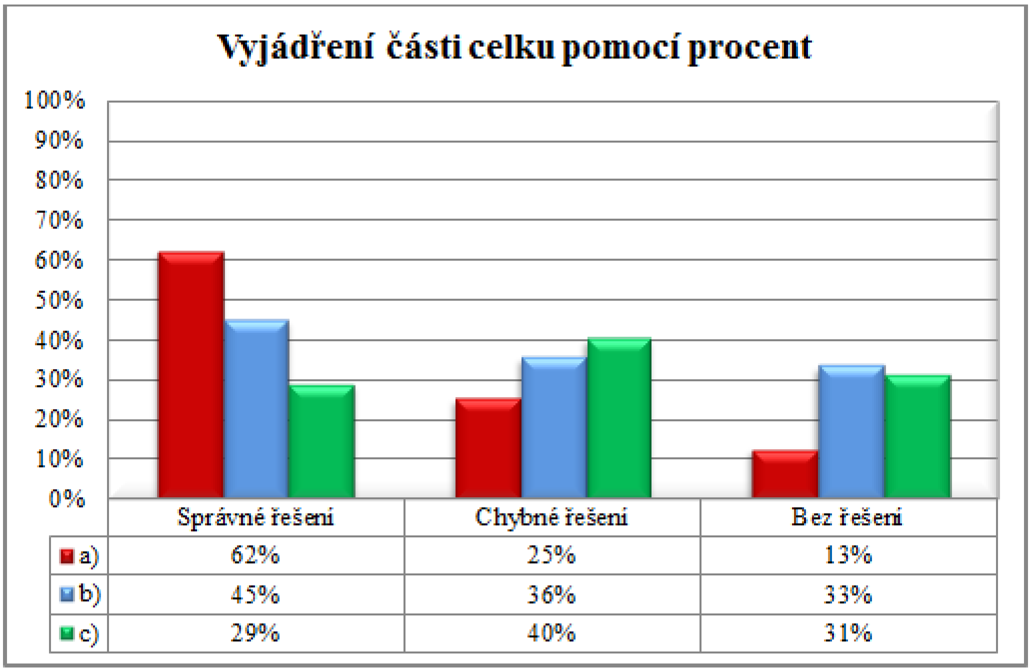
V Grafu č. 9 je znázorněno řešení žáků, kde vyjadřovali část celku pomocí zlomku, pro všechny tři případy (a, b, c). Při určování části z celku byli žáci nejúspěšnější v bodě b). Celkem 60 % (57 z 87) respondentů zvolilo správné řešení. Naopak v bodě c) byla úspěšnost žáků o něco menší - úspěšnost 47 % (41 z 87). I přesto, že byli žáci úspěšnější v úloze a) než v úloze c), vyšší procento (o 13 %) žáků zvolilo chybný postup řešení v úloze č. 2 a) v porovnání s úlohou č. 2 c)

Graf č. 10: Úloha č. 2 – Vyjádření části celku pomocí desetinného čísla



V určování části z celku pomocí desetinného čísla činila žákům větší problémy, než určování části z celku pomocí zlomku. Určení desetinného čísla ve variantě a) byla úspěšnost přibližně stejná (rozdíl 1 %) jako při určování stejné úlohy za pomoci zlomku. Úspěšnost správného vyjádření desetinného čísla v úloze č. 2 b) je 41 % (36 z 87), což je o 19 % horší výsledek než při určování stejné části z celku pomocí zlomku.

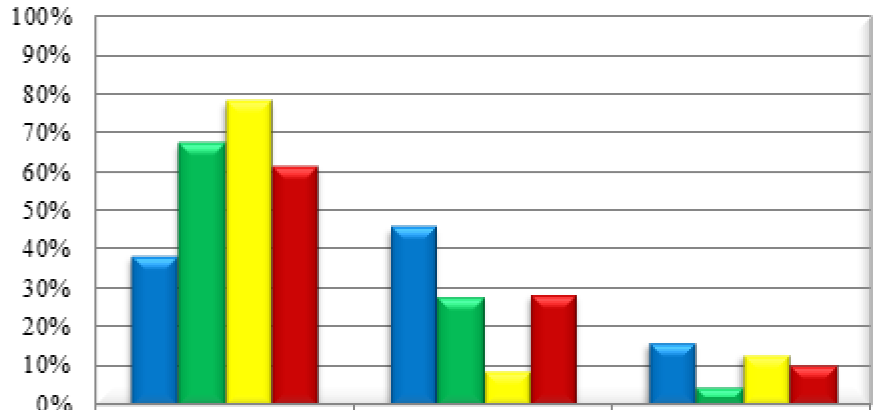
Graf č. 11: Úloha č. 2 – Vyjádření části celku pomocí procent



V úloze, v níž žáci vyjadřovali část z celku pomocí procent, byla úspěšnost podobná jako při určování části z celku pomocí desetinného čísla. Z výsledků je patrné, že žáci byli nejúspěšnější (z 62 %) ve variantě a), kdy byl celek dělen na sto stejných dílků. Nejhorších výsledků žáci dosahovali v bodě c), kdy celek nebyl dělen na stejně velké části.

Následující grafy znázorňují úspěšnost žáků učitelů U1, U2 a U3 v úloze č. 2.

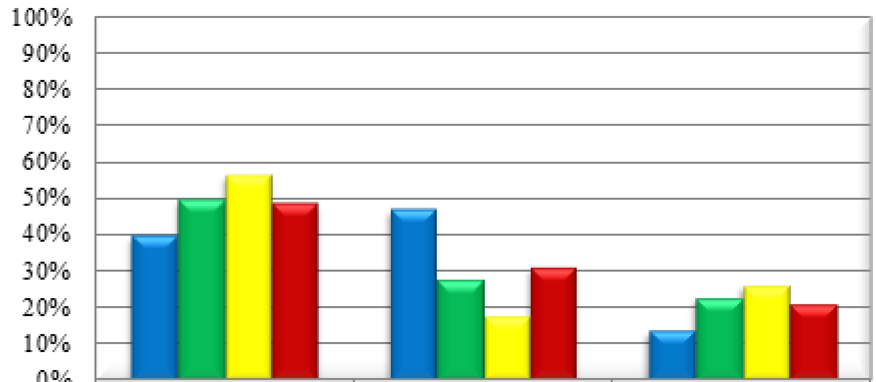
Graf č. 12: Úloha č. 2 a)



	Správné řešeni	Chybné řešeni	Bez řešeni
U1	38%	46%	16%
U2	68%	28%	5%
U3	78%	9%	13%
Všichni žáci	61%	28%	10%

Z grafu č. 12 je patrné, že nejlepších výsledků (78 %) dosahovali žáci učitele U3. Nejhorších výsledků dosahovali žáci učitele U1, kteří byli 23 % pod průměrem. Nejvyšší procento (46 %) žáků, kteří zvolili špatný postup řešení, byli žáci učitele U1.

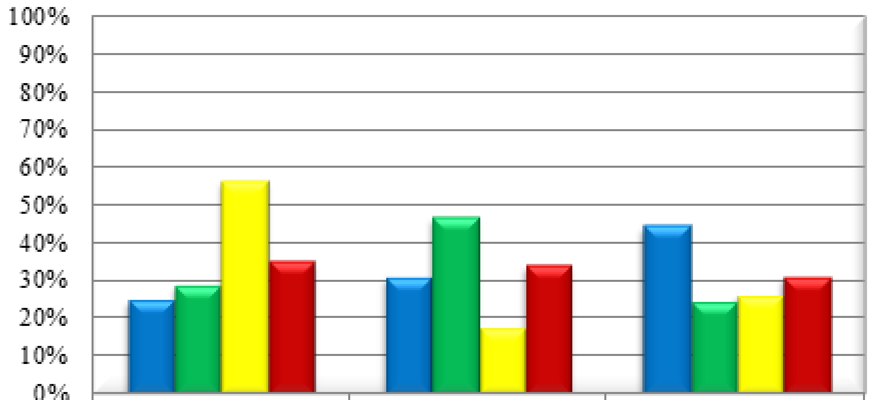
Graf č. 13: Úloha č. 2 b)



	Správné řešeni	Chybné řešeni	Bez řešeni
U1	40%	47%	14%
U2	50%	28%	23%
U3	57%	17%	26%
Všichni žáci	48%	31%	21%

V řešení úlohy č. 2 b) byla úspěšnost žáků nižší než v úloze č. 2 a). Z grafu č. 13 je patrné, že nejlepších výsledků (57 %) dosahovali žáci učitele U3. Nejhorších výsledků (40 %) dosahovali žáci učitele U1.

Graf č. 14: Úloha č. 2 c)



	Správné řešení	Chybné řešení	Bez řešení
U1	25%	31%	44%
U2	29%	47%	24%
U3	57%	17%	26%
Všichni žáci	35%	34%	31%

Úloha č. 2 c) činila žákům větší problémy než úloha č. 2 a) a b). 57 % žáků učitele U3 zvolilo správný postup řešení. Nejmenší procento úspěšných žáků bylo u učitele U1. Nejvíce chyb se dopouštěli žáci učitele U2 a to celkem 47 %.

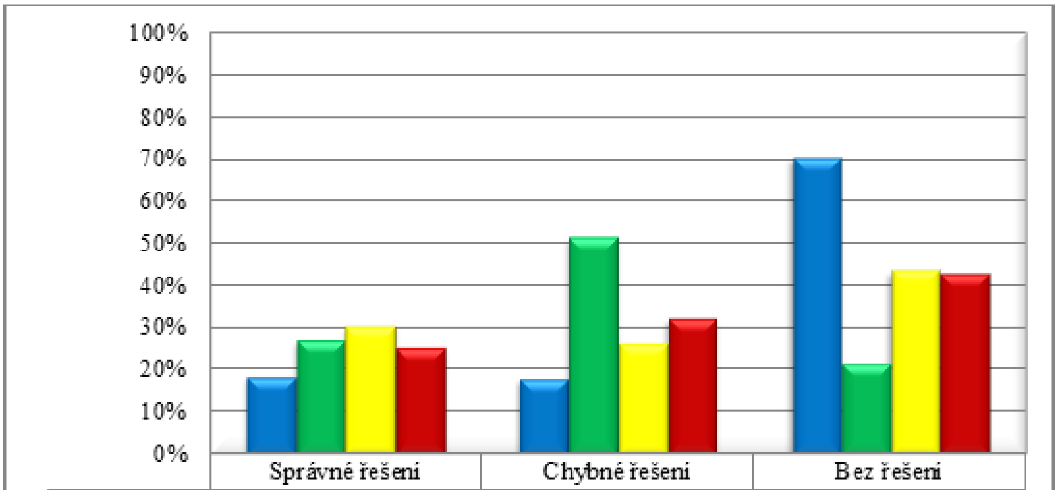
Úloha č. 3: Vyznač na úsečce *AB*, kde $|AB| = 8$ cm, bod *K*, tak aby platilo:

a) $|AK| : |KB| = 2:1$

b) $3|AK| = 5|KB|$

Úloha 3 je rozdělena na dvě části a) a b). V části a) je úloha zadána standardním způsobem, kdy žáci dělí úsečku v daném poměru. V části b) je úloha méně standardní.

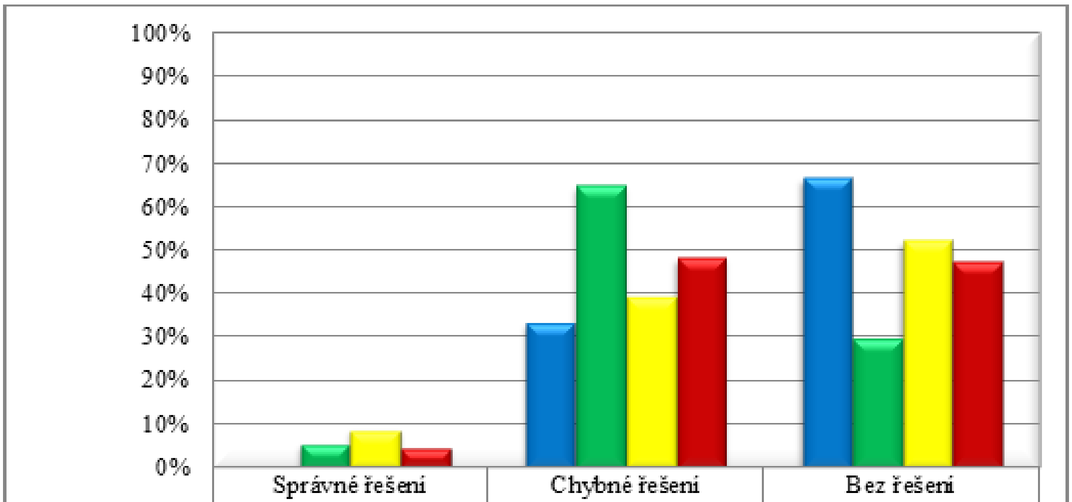
Graf č. 15: Úloha č. 3 a)



	Správné řešení	Chybné řešení	Bez řešení
U1	19%	18%	70%
U2	27%	51%	22%
U3	30%	26%	43%
Všichni žáci	25%	32%	43%

Úspěšnost v úloze č. 3 a) je 25 %, tedy 22 z 87 žáků správně rozdělilo úsečku v daném poměru. Vyšší procento žáků 43 % (37 z 87) se do řešení úlohy nepouštělo a 32 % (28 z 87) žáků úlohu vyřešilo špatně. Nejlepších výsledků dosahovali žáci učitele U3, naopak nejhorší výsledky měli žáci učitele U1, jejich výsledky byly 6 % pod celkovým průměrem.

Graf č. 16: Úloha č. 3 b)



	Správné řešení	Chybné řešení	Bez řešení
U1	0%	33%	67%
U2	5%	65%	30%
U3	9%	39%	52%
Všichni žáci	5%	48%	47%

Úloha č. 3 b) činila žákům podstatně větší problémy než úloha č. 3 a). Celková úspěšnost žáků v této úloze je 5 % (4 z 87), což je o 20 % méně než v úloze č. 3 a). Vyšší procento žáků (48 %) chybně na úsečce *AB* vyznačilo bod *K*. Nejlepších výsledků dosahovali žáci učitele U3, 2 z 23 (9 %) žáků zvolilo správné řešení.

Úloha č. 4: Vypočti:

a) $2{,}3 - 1\frac{1}{3} =$

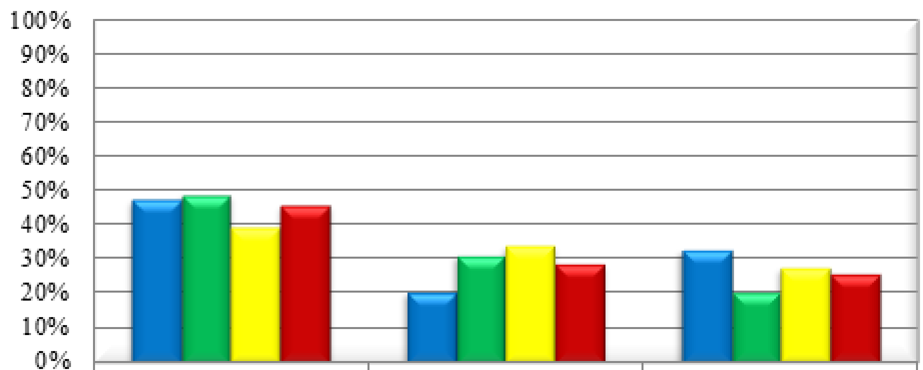
b) Rozdělte číslo 18 v poměru 1:3:2

c) $\frac{18}{5} : \frac{3}{10} - \frac{2}{3} =$

d) 20 % z 560

Úloha č. 4 obsahovala celkem 4 úlohy. Jednotlivé úlohy byly volené standardním způsobem. Podobné typy úloh najdeme ve většině učebnic matematiky.

Graf č. 17: Úloha č. 4



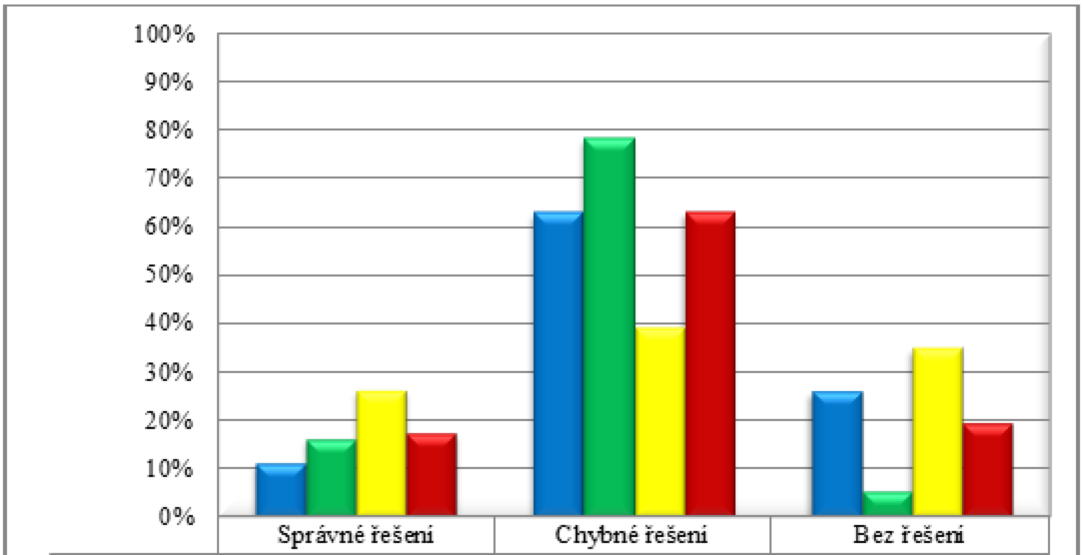
	Správné řešení	Chybné řešení	Bez řešení
U1	47%	20%	32%
U2	49%	31%	20%
U3	39%	34%	27%
Všichni žáci	46%	28%	26%

Úspěšnost žáků v řešení standardních úloh byla 46 %. 28 % žáků zvolilo chybný postup řešení a 26 % žáků úlohy neřešili. Nejlepších výsledků dosahovali žáci učitele U2. V porovnání s ostatními žáky nejvíce chybovali žáci učitele U3.

Úloha č. 5: Jirka a Martin mají dohromady 35 kuliček. Jirka má o $\frac{1}{3}$ kuliček více než Martin. Kolik kuliček má Martin?

Úloha č. 5 je od M. Tiché určená pro žáky 1. stupně. Úlohu M. Tichá zadávala svým studentům v semináři Didaktické situace ve vyučování matematice. Úloha č. 5 je svým obsahem neobvyklá. Na následujícím grafu č. 9 jsou výsledky žáků v úloze č. 5.

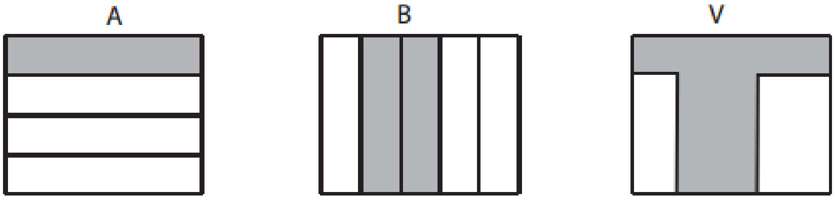
Graf č. 18: Úloha č. 5



	Správné řešení	Chybné řešení	Bez řešení
U1	11%	63%	26%
U2	16%	78%	5%
U3	26%	39%	35%
V šichni žáci	17%	63%	20%

Úloha č. 5 činila žákům problémy, pouze 15 z 87 žáků (17 %) zvolilo správný postup řešení. Více než polovina (55 z 87) měla chybné řešení a 20 % (17 z 87) se do řešení úlohy nepouštělo. Nejúspěšnější byli žáci učitele U3, celkem 26 % (6 z 23) žáků správně určilo počet kuliček Martina.

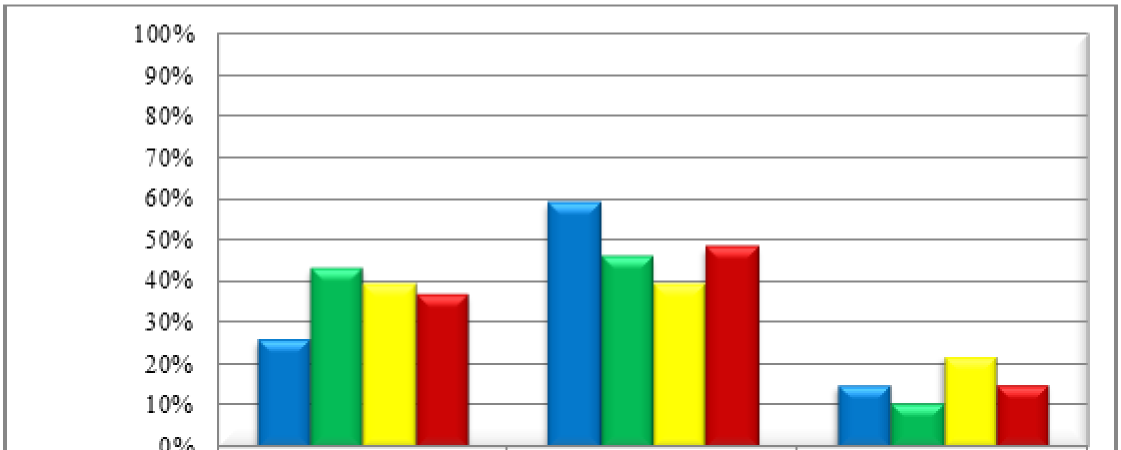
Úloha č. 6[11]: Aleš s Bohunkou rekonstruovali podlahu v kuchyni. Aleš si přál vydláždit část A, která tvoří $\frac{1}{4}$ podlahy kuchyně, Bohunka část B, která tvoří $\frac{2}{5}$ podlahy kuchyně. Ve výsledném řešení (V) byla obě přání splněna, tedy byla vydlážděna část A i B.



Zapiš zlomkem, jaká část podlahy kuchyně byla vydlážděna.

Úloha č. 6 je úloha ze zadání ilustračního testu určeného na přípravu k maturitním zkouškám konaným v roce 2015, který sestavilo Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání.

Graf č. 19: Úloha č. 6

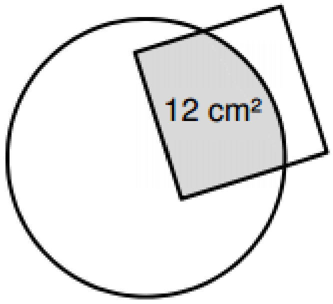


	Správné řešení	Chybné řešení	Bez řešení
U1	26%	59%	15%
U2	43%	46%	11%
U3	39%	39%	22%
Všichni žáci	37%	48%	15%

[11] Úloha je převzata z http://www.goah.cz/ucitele/kvk/2014_il_test.pdf .

Úspěšnost žáků v úloze č. 6 byla 37 % (32 z 87). Více bylo žáků, kteří ve výpočtu chybovali, a to celkem 48 % (42 z 87) žáků. Nejlepších výsledků dosahovali žáci učitele U2, celkem 16 z 37 (43 %) úlohu správně vypočítali. Nejhorších výsledků dosahovali žáci učitele U1, úspěšnost žáků byla 26 % (7 z 27).

Úloha č. 7[12]: Obrazec je složen ze čtverce a kruhu. Společná část má obsah 12 cm^2. Ve čtverci tvoří společná část dvě třetiny plochy, v kruhu čtvrtinu plochy.

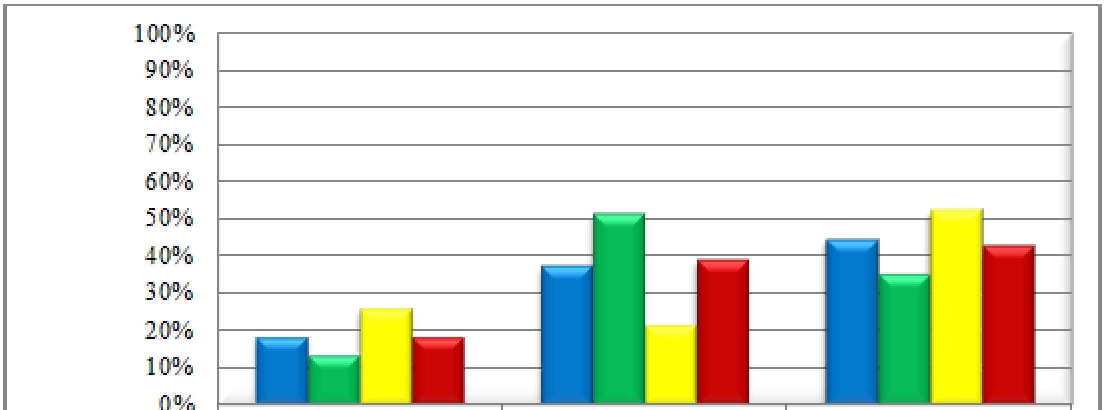


a) Vypočti obsah celého obrazce.

b) Vyjádři poměr obsahů čtverce a kruhu v tomto pořadí.

Podobně jako úloha č. 6, je úloha č. 7 převzatá z testování od Centra pro zjišťování výsledků vzdělávání. Konkrétně je úloha převzata z ilustračního testu maturitní zkoušky pro rok 2014.

Graf č. 20: Úloha č. 7 a)

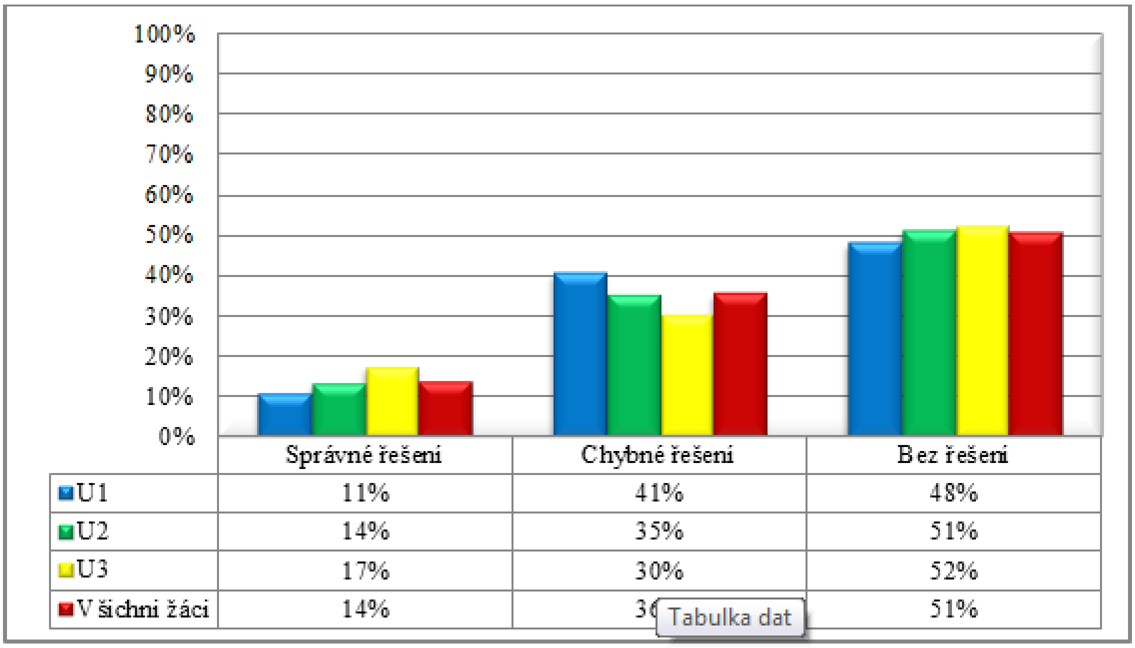


	Správné řešení	Chybné řešení	Bez řešení
U1	19%	37%	44%
U2	14%	51%	35%
U3	26%	22%	52%
Všichni žáci	18%	39%	43%

[12] Úloha je převzata z http://www.novamaturita.cz/matematika-1404036723.html .

V grafu č. 20 jsou znázorněny výsledky žáků v úloze č. 7 a). Celková úspěšnost žáků byla 18 %, tedy 16 z 87 žáků správně řešilo zadanou úlohu. 43 % (37 z 87) žáků úlohu neřešilo a 39 % (34 z 87) žáků úlohu nevyřešilo správně. Nejlepších výsledků dosahovali žáci učitele U3 a méně úspěšní byli žáci učitele U2.

Graf č. 21: Úloha č. 7 b)



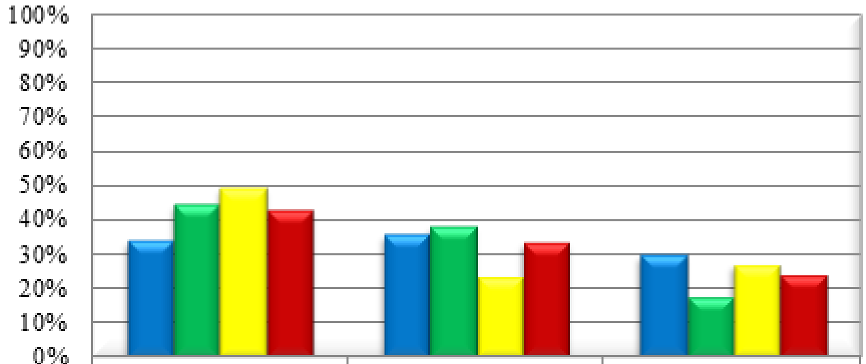
	Správné řešení	Chybné řešení	Bez řešení
U1	11%	41%	48%
U2	14%	35%	51%
U3	17%	30%	52%
Všichni žáci	14%	3[illegible]	51%

Úloha č. 7 b) činila žákům větší obtíže než úloha č. 7 a). Celkem 14 % (12 z 87) žáků zvolilo správný postup řešení, 51 % (44 z 87) úlohu neřešilo a zbývajících 36 % (31 z 87) úlohu nevyřešilo správně. Nejlepších výsledků dosahovali žáci učitele U3, nejhorších výsledků žáci učitele U1.

Celkové výsledky testového šetření

Grafy byly sestavovány z celkové úspěšnosti všech testovaných žáků, a to ze všech úloh, zvlášť z úloh standardních a zvlášť z úloh nestandardních.

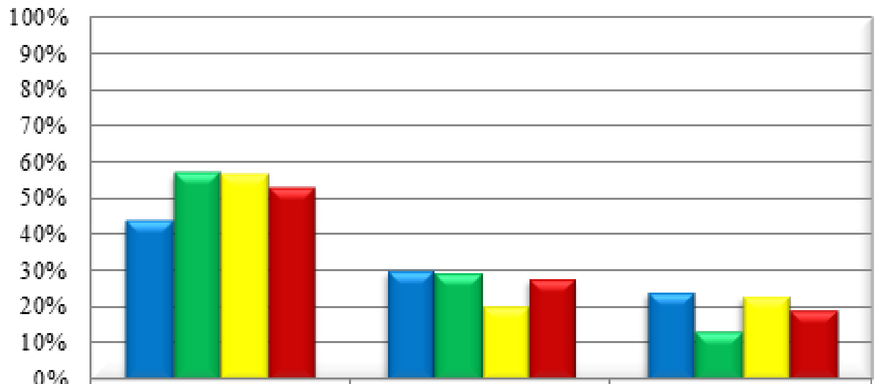
Graf č. 22: Celkové výsledky testu



	Správné řešení	Chybné řešení	Bez řešení
U1	34%	36%	30%
U2	44%	38%	18%
U3	49%	24%	27%
Všichni žáci	43%	33%	24%

V grafu č. 22 jsou uvedené celkové výsledky žáků. Celková úspěšnost žáků v testovém šetření dosahuje k 43 %. 33 % úloh bylo chybně řešeno a 24 % nebylo řešeno vůbec. Nejlepších výsledků dosahovali žáci učitele U3, kteří jsou vyučováni Hejného metodou. Nejhorších výsledků (9 % pod celkovým průměrem) dosahovali žáci učitele U1, kteří jsou vyučováni převážně transmisivním způsobem výuky.

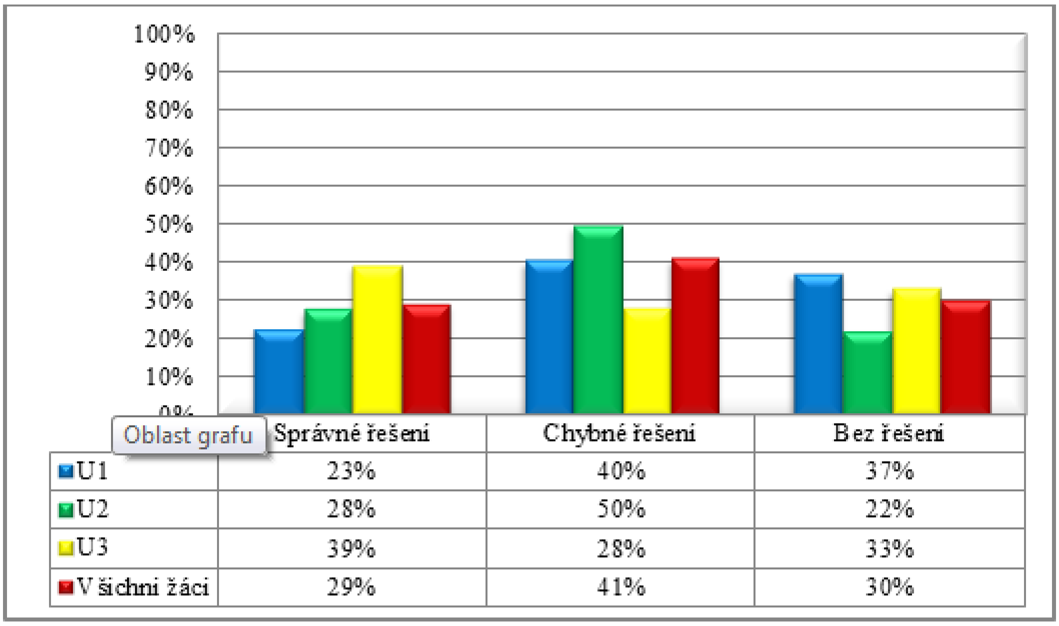
Graf č. 23: Výsledky standardních úloh



	Správné řešení	Chybné řešení	Bez řešení
U1	44%	30%	24%
U2	57%	30%	14%
U3	57%	20%	23%
Všichni žáci	53%	28%	19%

V grafu č. 23 jsou znázorněny výsledky žáků v řešení standardních úloh. Celková úspěšnost žáků v řešení standardních úloh byla 53 %. Nejlepších výsledků (57 %) v řešení těchto úloh dosahovali žáci učitele U2 a U3. Žáci učitele U1 byli v úspěšnosti pod celkovým průměrem.

Graf č. 24: Výsledky nestandardních úloh



Při řešení nestandardních úloh žáci dosahovali horších výsledků než v řešení úloh standardních. Celková úspěšnost žáků byla 29 %, v porovnání s úspěšností řešení úloh standardních byli žáci o 24 % horší. Nejúspěšnější v řešení nestandardních úloh byli žáci učitele U3, úspěšnost 39 %. Nejhorších výsledků dosahovali žáci učitele U1, úspěšnost 23 % (6 % pod průměrem).

3.6 Shrnutí praktické části

V praktické části jsem se chtěla dozvědět, proč je učivo zaměřené na celek a jeho část pro žáky tak obtížné. Abych zjistila znalosti a dovednosti žáků v oblasti zaměřené na celek a jeho část, nejprve jsem oslovila učitele, kteří používají různé výukové metody, a pomocí rozhovoru od nich získala důležité informace o průběhu jejich vyučování a o tom, jaké učebnice při výuce používají. Následně jsem provedla testové šetření s jejich žáky.

Z rozhovorů s vybranými učiteli jsem se dozvěděla, jaké metody, modely, pomůcky, učebnice ve své výuce používají, jakým způsobem nové učivo žákům předkládají a jak toto učivo následně procvičují. Z rozhovorů s učiteli vyplynulo, že jejich cílem bylo vždy, aby žáci danému učivo porozuměli a uměli ho následně aplikovat na úlohách. Neúspěchy žáků, všeobecně ve znalostech a dovednostech v matematice, nejčastěji učitelé zdůvodňovali následovně:

- „Počet žáků ve třídě stěžuje práci. Pokud máme ve třídě 28 žáků, je náročné věnovat se plnohodnotně všem."
- „Celková motivace žáků. Pokud nejsou žáci dostatečně motivováni, je velmi náročné je zapojit do výuky a něčemu je naučit."
- „Nedostatek času na probrání a procvičení daného učiva."
- „Dětem chybí fantazie a matematická představivost. Reálný svět nepropojují se světem čísel a matematických pojmů, z tohoto důvodu neodhalí chybný výsledek – nemožný výsledek."

Při analýze učebnic jsem se soustředila na to, jakým způsobem je v učebnicích zaváděno nové téma, jestli učebnice obsahují typově stejné modely nebo používají modely nestandardní, a jaké je v učebnicích zastoupení nestandardních a gradovaných úloh. Z šetření jsem se dozvěděla, že nejvíce podnětnou učebnicí je učebnice Fraus a učebnice H-mat zaměřená na výuku Hejného metody. Učebnice H-mat měla nejnižší hodnoty v didaktické vybavenosti učebnic, přesto si myslím, že tato učebnice splňuje veškeré didaktické prvky vzhledem k Hejného metodě: úlohy s motivačním charakterem, množství nestandardních a gradovaných úloh, různé typy modelů a obrázků aj. Velice praktická je učebnice Fraus v elektronické podobě, protože stejně jako učebnice H-mat obsahuje na úvod motivační úlohy, které vtáhnou žáky do probíraného učiva, sérii nestandardních a dle mého názoru zajímavých úloh. Zároveň tato učebnice umožňuje praktické propojení výuky matematiky s jinými předměty pomocí odkazů. Myslím, že nejméně podnětná je učebnice Fortuna, která představuje jakýsi „cvičný nástroj“, pomocí něhož cvičíme žáky v typově podobných úlohách.

V úvodu praktické části jsem si stanovila několik předpokladů. Žákům vybraných učitelů byl zadán test, který obsahoval standardní i nestandardní úlohy. Pomocí tohoto testu jsem si potvrdila, případně vyvrátila předpoklady, které jsem si stanovila. První předpoklad „Celková úspěšnost žáků při řešení všech typů úloh bude vyšší než 50 %.“ se nepotvrdil (viz graf č. 22). Celková úspěšnost žáků při řešení všech typů úloh byla 43 %. Druhý předpoklad „Žáci učitele, který používá Hejného metodu (učitel U3), budou v testu úspěšnější než žáci učitele, který transmisivní styl výuky (učitel U1), a učitele, který používá kombinaci transmisivního a konstruktivistického stylu výuky (učitel U2)“, se potvrdil (viz graf č. 22). V testování byli nejúspěšnější (49 %) žáci učitele U3, který vede výuku pomocí Hejného metody, než žáci učitele U2 (44 %) a žáci učitele U1 (34 %). Nejlepších výsledků dosahovali žáci učitele U3. Třetí předpoklad „Žáci učitelů U1, U2, U3 budou úspěšnější v řešení standardních úloh než v řešení úloh nestandardních.“ se potvrdil (viz graf č. 23 a graf č. 24). Z grafů č. 23 a č. 24 vyplývá, že žáci byli o 24 % úspěšnější ve standardních úlohách než v úlohách nestandardních. Čtvrtý předpoklad „Úspěšnost v řešení nestandardních úloh bude vyšší u žáků učitele U3 než u žáků učitele U1 a U2.“ se potvrdil (viz graf č. 24). Z grafu č. 24 je patrné, že v řešení nestandardních úloh byli nejúspěšnější žáci učitele U3.

Nejlepších výsledků v tomto testování dosahovali žáci učitele U3, který ve své výuce používá Hejného metodu. Z jednotlivých řešení žáků bylo patrné, že se nad zadáními zamýšlejí a tvoří si postupy řešení a na konci si ověřují, jestli je jejich postup správný. Například v úloze od M. Tiché (viz úloha č. 5) se hodí metoda „pokus omyl“. Může se zdát, že tato metoda není vždy úplně vhodná, někdy je třeba umět aplikovat znalosti, abychom neopomněli všechna možná řešení, ale v některých případech nás může rychle dovést k cíli. Žáci učitele U3 tuto metodu použili a došli ke správnému řešení. Méně úspěšní v testovém šetření byli žáci učitele U1, kteří jsou vyučováni převážně transmisivním způsobem. Žáci učitele U1 byli úspěšnější v řešení standardních úloh, při řešení nestandardních úloh měli žáci značné problémy.

4 Závěr

V úvodu práce jsem popsala důvody, proč jsem si vybrala dané téma diplomové práce, které se zaměřuje na Celek a jeho část. Stanovila jsem si několik cílů. Při plnění těchto cílů jsem získávala vhled do daného tématu.

V teoretické části jsem získala celkový přehled o tom, jakými znalostmi a dovednostmi by měli žáci disponovat na konci určitého období v tematickém okruhu Celek a jeho část. Dále jsem se seznámila s jednotlivými etapami a mechanismy poznávacího procesu žáka (Hejný, Stehlíková, 1999), s možnými přístupy k výuce matematiky, jako je transmisivní a konstruktivistický způsob vyučování, a s různými vyjádřeními vztahu celku a jeho částí.

V praktické části jsem pro svůj výzkum použila formu analýzy učebnic, rozhovorů a testování žáků. Dle mého názoru jsou z celkové analýzy vybraných učebnic a z rozhovorů pro učitele a žáky nejzajímavější a nejpodnětnější učebnice z nakladatelství Fraus a H-mat. Tyto učebnice obsahují dostatek motivačních prvků a úloh standardních a nestandardních s gradovanou obtížností, řadu modelů a obrázků, a zároveň jejich autoři dávají žákům prostor pro tvoření vlastních hypotéz, pro diskuzi, hledání možných řešení a vzájemnou spolupráci. Z rozhovorů s učiteli vyplývá, že si myslí, že většina problémů žáků, které vznikají při pochopení a aplikaci tématu Celek a jeho část, je důsledkem formálního poznání učiva. Žáci často chybují tam, kde jim chybí představy a učí se pomocí nacvičených algoritmů, které zapomínají. Dle názorů učitelů by konstruktivistický způsob výuky měl tyto problémy vyřešit nebo alespoň zmírnit.

Z žákových řešení testů jsem zjistila, že nejlépe řešili standardní a nestandardní úlohy z tématu Celek a jeho část žáci, kteří jsou vyučováni Hejného metodou. Potvrdilo se, že poznatky žáků vyučovaných tradičním způsobem (transmisivní styl výuky) byly na formální úrovni. V testu tito žáci například chybně aplikovali pravidlo nebo vzorec pro počítání se zlomky, s desetinnými čísly aj.

Z jednotlivých výsledků teoretické a praktické části své diplomové práce jsem dospěla k přesvědčení, že pokud jsou žáci vedeni v matematice k vytváření si vlastních hypotéz, k diskuzi o problému, k tvoření vlastních postupů řešení, mají větší vhled do problematiky a chápou více vzájemné souvislosti, než žáci, kteří jsou vyučováni tradičním způsobem.

Seznam použitých informačních zdrojů

BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P., *Matematika 7 – Aritmetika – učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia*. 1.vyd. Plzeň: Fraus, 2008. 100 s. ISBN 978-80-7238-679-6.

BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P., *Matematika 6 – Aritmetika – učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia*. 1.vyd. Plzeň: Fraus, 2007. 80 s. ISBN 978-80-7238-654-3.

BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P., *Matematika 8 – Aritmetika – učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia*. 1.vyd. Plzeň: Fraus, 2009. 124 s. ISBN 978-80-7238-684-0.

COUFALOVÁ, J., PĚCHOUČKOVÁ, Š., LÁVIČKA, M., POTŮČEK, J., *Matematika pro šestý ročník základní školy*. 1.vyd. Praha: Fortuna, 1998. 216 s. ISBN 80-7168-588-7.

COUFALOVÁ, J., PĚCHOUČKOVÁ, Š., HEJL, J., LÁVIČKA, M., *Matematika pro sedmý ročník základní školy*. 1.vyd. Praha: Fortuna, 1999. 288 s. ISBN 80-7168-678-6.

HEJNÝ, M.., *Představa celku a jeho části. In Jak učit matematice žáky ve věku 10-15 let*. Frýdek-Místek: JČMF. 1999

HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D., *Čtverečkovaný papír jako MOST mezi geometrií a aritmetikou*. Praha: Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy v Praze, 1999. ISBN 80-86039-92-7.

HEJNÝ, M., KUŘINA, F., *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. 3.vyd. Praha: Portál, 2015. Pedagogická praxe. 240 s. ISBN 978-80-262-0901-0.

HEJNÝ, M., STEHLÍKOVÁ, N., *Číselné představy dětí*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 1999. 123 s. ISBN 80-86039-98-6.

HEJNÝ, M., ŠALOM, P., JIROTKOVÁ, D., HANUŠOVÁ, J., SUKNIAK, A., BOMEROVÁ, E., URBÁNEK, L., *Matematika A*. 1.vyd. Praha: H-mat, 2015. 79 s. ISBN 978-80-905756-0-8.

HEJNÝ, M., ŠALOM, P., JIROTKOVÁ, D., HANUŠOVÁ, J., SUKNIAK, A., URBÁNEK, L., *Matematika B*. 1.vyd. Praha: H-mat, 2015. 79 s. ISBN 978-80-905756-1-5.

HEJNÝ, M., ŠALOM, P., JIROTKOVÁ, D., HANUŠOVÁ, J., SUKNIAK, A., URBÁNEK, L., *Matematika C*. 1.vyd. Praha: H-mat, 2016. 79 s. ISBN 978-80-905756-3-9.

HEJNÝ, M. a kol., *Teória vyučovania matematiky*. 2.vyd. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladaťelstvo. 1988. 560 s. ISBN 80-08-00014-7.

HEJNÝ a kol., *Koncepce řady učebnic matematiky pro 2. stupeň*. H-Mat [online]. [cit. 2017-04-2] Dostupné na: http://www.h-mat.cz/sites/default/files/kestazeni/koncepce-rady.pdf.

JEDLIČKA, M., KRUPKA, P., NECHVÁTALOVÁ, J., *Matematika – Desetinná čísla*. 1.vyd. Brno: Nová škola, 2012. 64 s. ISBN 978-80-7289-421-5.

JEDLIČKA, M., KRUPKA, P., NECHVÁTALOVÁ, J., *Matematika – Zlomky, poměr*. 1.vyd. Brno: Nová škola, 2014. 68 s. ISBN 978-80-7289-667-7.

JEDLIČKA, M., KRUPKA, P., NECHVÁTALOVÁ, J., *Matematika – Procenta, trojčlenka*. 1.vyd. Brno: Nová škola, 2014. 56 s. ISBN 978-80-7289-669-1.

PRŮCHA, J., *Učebnice: Teorie a analýza edukačního média*. Brno: Paido, 1998. 148 s. ISBN 80-85931-49-4

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (platný od 1. 9. 2005) úplné znění upraveného RVP ZV [online]. Praha 2016 [cit. 2017-02-17] Dostupné na: http://www.nuv.cz/t/rvp-pro-zakladni-vzdelavani.

SIBLÍKOVÁ, M., *Vytváření představ zlomku na 1. stupni ZŠ*. Praha, 2014. 92 s. Diplomová práce. Univerzita Karlova v Praze. Katedra matematiky a didaktiky matematiky. Vedoucí práce M. Tichá.

TICHÁ, M., MACHÁČKOVÁ, J., *Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice.* Společnost učitelů matematiky JČMF [online]. 2006 [cit. 2017-02-17]. Dostupné na: http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/Default.aspx?PorZobr=20&PolozkaID=- 1&ClanekID=188.

VELEBOVÁ, B., *Transmisivní a konstruktivistický přístup ve výuce občanské výchovy na příkladu multikulturní výchovy*. Brno, 2015. 103 s. Diplomová práce. Masarykova univerzita v Brně. Katedra občanské výchovy. Vedoucí práce R. Štěrba.

VONDROVÁ, N., *Úvod do didaktiky matematiky: studium: Učitelství všeobecně vzdělávacích předmětů 2. stupně ZŠ a SŠ; kurz: Oborová didaktika - matematika*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2014. 66 s. ISBN 978-80-7290-659-8.

Seznam zkratek

RVP	rámcový vzdělávací program
RVP PV	rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání
RVP ZV	rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání
ŠVP	školní vzdělávací program
ZŠ	základní škola
MŠMT	Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy

Seznam obrázků

Obrázek č. 1 Matematika pro 6. ročník ZŠ
Obrázek č. 2 Matematika pro 7. ročník ZŠ
Obrázek č. 3 (Coufalová, Pěchoučková, Lávička, Potůček; 1998; s. 57)
Obrázek č. 4 (Coufalová, Pěchoučková, Hejl, Lávička; 1999; s. 34)
Obrázek č. 5 (Coufalová, Pěchoučková, Hejl, Lávička; 1999; s. 38)
Obrázek č. 6 (Coufalová, Pěchoučková, Hejl, Lávička; 1999; s. 38)
Obrázek č. 7 (Coufalová, Pěchoučková, Hejl, Lávička; 1999; s. 182)
Obrázek č. 8 Matematika 6 – Aritmetika
Obrázek č. 9 Matematika 7 – Aritmetika
Obrázek č. 10 Matematika 8 – Aritmetika
Obrázek č. 11 (Binterová, Fuchs, Tlustý; 2015; s. 4)
Obrázek č. 12 (Binterová, Fuchs, Tlustý; 2015; s. 36)
Obrázek č. 13 (Binterová, Fuchs, Tlustý; 2015; s. 64)
Obrázek č. 14 (Binterová, Fuchs, Tlustý; 2015; s. 36)
Obrázek č. 15 (Binterová, Fuchs, Tlustý; 2015; s. 36)
Obrázek č. 16 (Binterová, Fuchs, Tlustý; 2015; s. 93)
Obrázek č. 17 Matematika – Desetinná čísla
Obrázek č. 18 Matematika – Zlomky, poměr
Obrázek č. 19 Matematika – Procenta, trojčlenka
Obrázek č. 20 (Jedlička, Krupka, Nechvátalová; 2012; s. 9)
Obrázek č. 21 (Jedlička, Krupka, Nechvátalová; 2014; s. 2)
Obrázek č. 23 (Jedlička, Krupka, Nechvátalová; 2014; s. 7)
Obrázek č. 24 (Jedlička, Krupka, Nechvátalová; 2014; s. 7)
Obrázek č. 25 (Jedlička, krupka, Nechvátalová; 2014; s. 7)
Obrázek č. 26 (Jedlička, Krupka, Nechvátalová; 2014; s. 8)
Obrázek č. 27 Matematika A – Hejného metoda
Obrázek č. 28 Matematika B – Hejného metoda
Obrázek č. 29 Matematika C – Hejného metoda
Obrázek č. 30 (Hejný, Šalom, Jirotková, Hanušová, Sukniak, Urbánek; 2015, s. 43)
Obrázek č. 31 (Hejný, Šalom, Jirotková, Hanušová, Sukniak, Urbánek; 2015, s. 42)
Obrázek č. 32 (Hejný, Šalom, Jirotková, Hanušová, Sukniak, Bomerová, Urbánek; 2015, s. 9)

Obrázek č. 33 (Hejný, Šalom, Jirotková, Hanušová, Sukniak, Bomerová, Urbánek; 2015, s. 21)
Obrázek č. 34 (Hejný, Šalom, Jirotková, Hanušová, Sukniak, Bomerová, Urbánek; 2015, s. 9)

Seznam tabulek

Tabulka č. 1 Role čísel v reálném světě
Tabulka č. 2 Přehled zkoumaných učebnic
Tabulka č. 3 Didaktická vybavenost zkoumaných učebnic.
Tabulka č. 4 Charakteristika učitelů
Tabulka č. 5 Rozdělení respondentů
Tabulka č. 6 Konkrétní otázky k „Celku a jeho části“, učitel U1
Tabulka č. 7 Konkrétní otázky k „Celku a jeho části“, učitel U2.
Tabulka č. 8 Konkrétní otázky k „Celku a jeho části“, učitel U3.

Seznam grafů

Graf č. 1 Celkový koeficient didaktické vybavenosti učebnic
Graf č. 2 Koeficient využití aparátu prezentace
Graf č. 3 Koeficient využití aparátu řídícího učení
Graf č. 4 Koeficient využití aparátu orientačního
Graf č. 5 Koeficient využití verbálních komponent
Graf č. 6 Koeficient využití obrazových komponent
Graf č. 7 Úloha č. 1 a)
Graf č. 8 Úloha č. 1 b)
Graf č. 9 Úloha č. 2 – Vyjádření části celku pomocí zlomku
Graf č. 10 Úloha č. 2 – Vyjádření části celku pomocí desetinného čísla
Graf č. 11 Úloha č. 2 – Vyjádření části celku pomocí procent

Graf č. 12	Úloha č. 2 a)
Graf č. 13	Úloha č. 2 b)
Graf č. 14	Úloha č. 2 c)
Graf č. 15	Úloha č. 3 a)
Graf č. 16	Úloha č. 3 b)
Graf č. 17	Úloha č. 4
Graf č. 18	Úloha č. 5
Graf č. 19	Úloha č. 6
Graf č. 20	Úloha č. 7 a)
Graf č. 21	Úloha č. 7 b)
Graf č. 22	Celkové výsledky testu
Graf č. 23	Výsledky standardních úloh
Graf č. 24	Výsledky nestandardních úloh

Seznam příloh

Příloha č. 1: Seznam otázek, které byly použity v rozhovoru s učiteli.

Příloha č. 2: Ukázka testu